



UNIVERSITÄT  
DER BUNDESWEHR  
MÜNCHEN

Werner-Heisenberg-Weg 39  
D-85577 Neubiberg

# FORSCHUNGSBERICHTE

## Ein Flüssigkeitsnutationsdämpfer für den Satellit EQUATOR-S

### DISTRIBUTION STATEMENT A

Approved for Public Release  
Distribution Unlimited

by

Bernd Häusler, Neubiberg, Germany  
Werner Eidel, Neubiberg, Germany

20030108 025

FORSCHUNGSBERICHT: LRT-WE-9-FB-1 (2001)

Institut für Raumfahrttechnik  
FAKULTÄT für LUFT- u. RAUMFAHRTTECHNIK

AQ F03-03-0473

REPORT DOCUMENTATION PAGE			Form Approved OMB No. 0704-0188
<p>Public reporting burden for this collection of information is estimated to average 1 hour per response, including the time for reviewing instructions, searching existing data sources, gathering and maintaining the data needed, and completing and reviewing the collection of information. Send comments regarding this burden estimate or any other aspect of this collection of information, including suggestions for reducing this burden to Washington Headquarters Services, Directorate for Information Operations and Reports, 1215 Jefferson Davis Highway, Suite 1204, Arlington, VA 22202-4302, and to the Office of Management and Budget, Paperwork Reduction Project (0704-0188), Washington, DC 20503.</p>			
1. AGENCY USE ONLY (Leave blank)	2. REPORT DATE	3. REPORT TYPE AND DATES COVERED	
	2001	Research Report	
4. TITLE AND SUBTITLE		5. FUNDING NUMBERS	
<p>Ein Fluessigkeitsnutationsdampfer fuer den Satellit EQUATOR-S</p> <p>A Liquid Nutation Damper for the Satellite EQUATOR-S</p>			
6. AUTHOR(S)			
Bernd Haeusler and Werner Eidel			
7. PERFORMING ORGANIZATION NAME(S) AND ADDRESS(ES)		8. PERFORMING ORGANIZATION Report Number REPORT NUMBER	
Fakultaet fuer Luft- und Raumfahrttechnik, Universitaet der Bundeswehr Muenchen		LRT-WE-9-FB-1 (2001)	
9. SPONSORING/MONITORING AGENCY NAME(S) AND ADDRESS(ES)		10. SPONSORING/MONITORING AGENCY REPORT NUMBER	
11. SUPPLEMENTARY NOTES			
Text in German. Title and abstract in German and English, 48 pages, Research Report, LRT-WE-9-FB-1 (2001).			
12a. DISTRIBUTION/AVAILABILITY STATEMENT		12b. DISTRIBUTION CODE	
Distribution A: Public Release.			
ABSTRACT (Maximum 200 words)			
<p>For the layout of a nutation damper for the EQUATOR-S satellite, a nutation damper with two identically symmetrical liquid dampers was observed. The damper consists of two pipes with a circular diameter. At the satellite's given moments of inertia, as well as at its spin frequency, certain restrictions with regard to the damper's geometry were calculated so that a good nutation damping with booms swinging both inward and outward was ensured. The dampers were constructed along these parameters and tested in an air-set pendulum. The theoretical damping on the pendulum was measured and compared with the experiment, with the results concurring to a great degree.</p>			
14. SUBJECT TERMS		15. NUMBER OF PAGES	
German, UNIBW, Nutation damper, Spin frequency, Liquid nutation damper, Satellite			
		16. PRICE CODE	
17. SECURITY CLASSIFICATION OF REPORT	18. SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE	19. SECURITY CLASSIFICATION OF ABSTRACT	20. LIMITATION OF ABSTRACT
UNCLASSIFIED	UNCLASSIFIED	UNCLASSIFIED	UNLIMITED

2989er + D 02h

# Ein Flüssigkeitsnutationsdämpfer für den Satellit EQUATOR-S

Bernd Häusler\*, Neubiberg, Germany  
Werner Eidel†, Neubiberg, Germany

February 2, 2001

## Zusammenfassung

Zur Auslegung eines Nutationsdämpfer für den EQUATOR-S-Satelliten wurde ein Nutationsdämpfersystem mit zwei gleichen symmetrisch angeordneten Flüssigkeitsdämpfern betrachtet. Ein solcher Dämpfer besteht aus zwei Rohren mit kreisförmigem Querschnitt die durch zwei kurze Rohre mit wesentlich größerem kreisförmigem Querschnitt verbunden sind. Zu den vorgegebenen Trägheitsmomenten des Satelliten sowie dessen Spinfrequenz wurden dazu unter Berücksichtigung gewisser Einschränkungen bezüglich der Geometrie der Dämpfer als auch der Wahl der Flüssigkeit die Dämpferparameter so berechnet, daß eine gute Nutationsdämpfung mit eingeklappten und ausgeklappten Booms gewährleistet war. Die Dämpfer wurden nach den so berechneten Parametern gebaut und an einem luftgelagerten Pendel getestet. Hierzu wurde auch die theoretische Dämpfung am Pendel gerechnet und mit dem Experiment verglichen. Die Ergebnisse von Theorie und Experiment am Pendel stimmte dabei gut überein. Eine Aufzeichnung des abklingenden Nutationswinkels an Bord von EQUATOR-S zeigte ebenfalls gute Übereinstimmung mit der Theorie. Um diese gute Übereinstimmung zu erzielen, war es jedoch, im Gegensatz zu früheren theoretischen Untersuchungen, notwendig eine Korrektur der bewegten Flüssigkeitsmasse im Dämpfer vorzunehmen.

---

\*Univ.Prof.Dr.rer.nat, Universität der Bundeswehr München, Institut für Raumfahrttechnik, Werner-Heisenberg-Weg 39, 85577 Neubiberg

†Dr.-Ing., Universität der Bundeswehr München, Institut für Raumfahrttechnik, Werner-Heisenberg-Weg 39, 85577 Neubiberg

# 1 Einleitung

Am 2. Dezember 1997 wurde der vom Max-Planck-Institut in Garching gebaute spinstabilisierte Satellit EQUATOR-S in eine Erdumlaufbahn geschossen um Plasma- und Feldmessungen in der Magnetosphäre im Rahmen des "International Solar - Terrestrial Physics Program" (ISTP) durchzuführen. Die Orbitdaten nach Zünden des Kickmotors in einem Ariane 4 Transferorbit waren: 497 km Perigäumshöhe, 67 275 km Apogäumshöhe ( $11,5 R_e$  geozentrischer Abstand)  $3,9^\circ$  Inklination, 22,3 Stunden Umlaufdauer. Damit wurde die Magnetosphäre der Erde in niedriger magnetischer Breite, deren Grenzschicht, die äquatoriale Ringströmungsregion und die erdnahe äquatoriale Plasmaschicht erforscht [1, 2].

Wie bei allen spinstabilisierten Satelliten mußte auch bei EQUATOR-S gewährleistet sein, daß durch äußere Störungen auftretende Nutationsbewegungen des Satelliten ausgedämpft werden. Dies kann auf verschiedene Weise geschehen: aktiv durch Kaltgasdüsen oder passiv durch Dämpfungseinrichtungen. Solche passiven Dämpfungseinrichtungen sind im Satelliten eingebaute gedämpfte Schwingungssysteme, die bezüglich ihrer Eigenfrequenz und Dämpfung so ausgelegt werden, daß im gekoppelten System Satellit-Dämpfer die Nutationsschwingung möglichst schnell ausgedämpft wird. Häufig werden Flüssigkeitsdämpfer unterschiedlicher Art verwendet. Im Prinzip handelt es sich dabei um ein abgeschlossenes Gehäuse in dem eine Flüssigkeit periodische Bewegungen vollführen kann. Für EQUATOR-S wurde ein Flüssigkeits-Nutationsdämpfer-System gewählt (Bild 1b) das sich schon beim AMPTE-Satelliten bewährt hatte [3]. Dieser Nutationsdämpfer wurde am hiesigen Institut für Raumfahrttechnik theoretisch untersucht und gebaut. Er hat seinen Ansprüchen voll genügt und die nach dem Einschuß des Satelliten in den Erdorbit aufgetretenen Nutationsschwingungen innerhalb weniger Minuten ausgedämpft. Leider scheiterte die Mission von EQUATOR-S später aufgrund von Latch-up-Effekten in einem Mikroprozessor RAM-Baustein.

Um eine gute Nutationsdämpfung zu gewährleisten muß bei der Auslegung des Flüssigkeits-Nutationsdämpfers Frequenz und Dämpfung der schwingenden Flüssigkeit so abgestimmt werden, daß im gekoppelten System die Nutationsschwingung möglichst gut gedämpft wird. Dazu wird zunächst die Flüssigkeit im Dämpfer als Schwingungssystem modelliert. Gemäß [4, 5, 7, 8] geht man in zwei Schritten vorg: Frequenzbestimmung des vereinfachten reibungsfreien Modells und dann durch Einführen eines Dämpfungsterms die Bestimmung von gedämpfter Frequenz und Dämpfung der Flüssigkeitsschwingung. Dieses Modell wird dann in den nutierenden Satelliten integriert und die Nutationsdämpfung bestimmt. Man erhält damit einen zufriedenstellend funktionierenden Nutationsdämpfer. Die Funktionstüchtigkeit eines solchen Dämpfers kann man auch im Erde-Labor an einem Pendel testen. Wir haben dazu ein luftgelagertes, also sehr reibungsarmes, Pendel benutzt.

Vergleiche der Dämpfungswerte aus Theorie und Auswertungen der an Bord von EQUATOR-S aufgezeichneten Nutationsschwingungen zeigten jedoch deutliche Abweichungen. Dies hat uns veranlaßt, abweichend von [4, 5, 8], in einem dritten Schritt die tatsächliche Masse der bewegten viskosen Flüssigkeit abzuschätzen; denn ursprünglich wurde vereinfachend vorausgesetzt, daß die gesamte reibungsfrei betrachtete Flüssigkeit in

dem betrachteten Rohr des Nutationsdämpfers an der schwingenden Bewegung teilnimmt. Mit dieser Betrachtung erreichen wir gut übereinstimmende Ergebnisse von Theorie und Messung.

## 2 Grundlegende Gleichungen

Die Rotationsbewegung eines Satelliten, der um eine seiner Hauptträgheitsachsen ( $z$ -Achse) spinstabilisiert ist, wird durch die Euler-Gleichungen

$$I_{xx}\dot{\omega}_x - (I_{yy} - I_{zz})\omega_y\omega_z = M_x \quad (1)$$

$$I_{yy}\dot{\omega}_y - (I_{zz} - I_{xx})\omega_z\omega_x = M_y \quad (2)$$

$$I_{zz}\dot{\omega}_z - (I_{xx} - I_{yy})\omega_x\omega_y = M_z. \quad (3)$$

beschrieben. Dabei bezeichnen  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  und  $I_{zz}$  die Hauptträgheitsmomente des Satelliten,  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  und  $\omega_z$  die Komponenten der Winkelgeschwindigkeit und  $M_x$ ,  $M_y$  und  $M_z$  die Komponenten der äußeren Momente. Wirken keine äußeren Momente auf den Satelliten und gilt bei Spinstabilisierung um die  $z$ -Achse  $|\omega_x| \ll |\omega_z|$ ,  $|\omega_y| \ll |\omega_z|$ , dann liefert die linearisierte Gl. (3), d.h.  $\dot{\omega}_z = 0$  eine konstante  $z$ -Komponente  $\omega_z = \omega_{z0}$  der Winkelgeschwindigkeit. Aus (1) und (2) folgt dann die Nutationsfrequenz

$$\omega_N = \sqrt{\frac{(I_{zz} - I_{xx})(I_{zz} - I_{yy})}{I_{xx}I_{yy}}} \omega_{z0}. \quad (4)$$

Aus obiger Nutationsfrequenz erkennt man, daß für  $I_{zz} > I_{xx}$ ,  $I_{zz} > I_{yy}$  Stabilität der Rotationsbewegung bereits im ungedämpften Fall gewährleistet ist. Die unerwünschte Nutation kann mittels eingebautem Dämpfungssystem reduziert bzw. zum Verschwinden gebracht werden.

Im folgenden wird ein Nutationsdämpfungssystem mit zwei gleichen symmetrisch angebrachten Flüssigkeitsdämpfern betrachtet (Bild 1). Jeder Dämpfer besteht dabei aus zwei Rohren ("Tubes") mit kreisförmigem Querschnitt vom Durchmesser  $d_T$  und der Länge  $l$  die durch zwei kurze Rohre ("Caps") mit ebenfalls kreisförmigem Querschnitt vom Durchmesser  $d_C$  und der Länge  $b$  miteinander verbunden sind. Die Dämpfer sind mit Flüssigkeit der Dichte  $\varrho$  und Viskosität  $\nu$  teilweise gefüllt: jeweils ein Tube vollständig und die beiden Caps bis zur Höhe  $b/2$ . Die gedämpfte Schwingung der Flüssigkeit im Dämpfer wird beschrieben durch [7]

$$\ddot{z} + 2\zeta\omega_0\dot{z} + \omega_0^2 z = 0 \quad (5)$$

mit

$$2\zeta\omega_0 = \frac{32\nu}{\left(1 + \frac{b}{l}\frac{d_T^2}{d_C^2}\right)d_T^2} \quad \text{und} \quad \omega_0^2 = \frac{2r_0\omega_{z0}^2}{b\left(1 + \frac{l}{b}\frac{d_C^2}{d_T^2}\right)}, \quad (6)$$

wobei  $r_0$  der Abstand des Dämpferschwerpunktes von der Spinachse des Satelliten ist und  $r_0\omega_{z0}^2$  die auf die Dämpferflüssigkeit wirkende Beschleunigung darstellt.

Die Nutationsdämpfung gewinnt man dann aus der Euler-Gleichung für einen Satelliten mit veränderlichen Trägheitsmomenten

$$(\mathbf{I}_S + \mathbf{I}_D) \ddot{\omega} + \vec{\omega} \times (\mathbf{I}_S + \mathbf{I}_D) \vec{\omega} + \dot{\mathbf{I}}_D \vec{\omega} + \mathbf{K} \vec{\omega} + \mathbf{L} = \mathbf{M}_a. \quad (7)$$

In (7) bezeichnen  $\mathbf{I}_S$  den zeitlich unveränderlichen Anteil des Satellitenträgheitsmomentes,  $\mathbf{I}_D$  das zeitlich veränderliche Trägheitsmoment,  $\mathbf{K}$  den Coriolistensor,  $\mathbf{L}$  die Relativbeschleunigung und  $\mathbf{M}_a$  das auf den Satelliten wirkende äußere Moment. Werden die beweglichen Flüssigkeitsmassen der beiden Dämpfer durch

$$\mathbf{r}_{1,2} = (\pm \bar{r}_0 \cos \alpha, \pm \bar{r}_0 \sin \alpha, h \pm z)^T \quad (8)$$

beschrieben, wobei zur Abkürzung  $\bar{r}_0 = r_0 + b/2$  gesetzt ist, dann berechnet man den Coriolistensor aus

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 = k \varrho l A_T [(\mathbf{r}_1 \dot{\mathbf{r}}_1^T - \dot{\mathbf{r}}_1 \mathbf{r}_1^T) + (\mathbf{r}_2 \dot{\mathbf{r}}_2^T - \dot{\mathbf{r}}_2 \mathbf{r}_2^T)] \quad (9)$$

und für die Relativbeschleunigung gilt

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 = k \varrho l A_T (\mathbf{r}_1 \times \ddot{\mathbf{r}}_1 + \mathbf{r}_2 \times \ddot{\mathbf{r}}_2), \quad (10)$$

wobei  $A_T = \pi d_T^2 / 4$  die Querschnittsfläche des Tubes bezeichnet. Damit lauten die linearisierten Bewegungsgleichungen für das System Satellit-Dämpfer [8]

$$\begin{aligned} \bar{I}_{xx} \dot{\omega}_x &= k \varrho l A_T \bar{r}_0^2 \sin(2\alpha) \dot{\omega}_y + (\bar{I}_{zz} - \bar{I}_{yy}) \omega_{z0} \omega_y + k \varrho l A_T \bar{r}_0^2 \sin(2\alpha) \omega_{z0} \omega_x + \\ &+ 2k \varrho l A_T \bar{r}_0 \sin \alpha (\ddot{z} + \omega_{z0}^2 z) = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{yy} \dot{\omega}_y &= k \varrho l A_T \bar{r}_0^2 \sin(2\alpha) \dot{\omega}_x + (\bar{I}_{xx} - \bar{I}_{zz}) \omega_{z0} \omega_x - k \varrho l A_T \bar{r}_0^2 \sin(2\alpha) \omega_{z0} \omega_y - \\ &- 2k \varrho l A_T \bar{r}_0 \cos \alpha (\ddot{z} + \omega_{z0}^2 z) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

und

$$\ddot{z} + 2\zeta \omega_0 \dot{z} + \omega_0^2 z + [\sin \alpha \dot{\omega}_x - \cos \alpha \dot{\omega}_y + (\cos \alpha \omega_x + \sin \alpha \omega_y) \omega_{z0}] \bar{r}_0 = 0. \quad (13)$$

Für die Aufteilung der Trägheitsmomente in unveränderliche ( $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$ ) und veränderliche ( $I_{xx,D}$ ,  $I_{yy,D}$ ,  $I_{zz,D}$ ) Anteile gilt dabei

$$\bar{I}_{xx} = I_{xx} + I_{xx,D}, \quad \bar{I}_{yy} = I_{yy} + I_{yy,D} \quad \text{und} \quad \bar{I}_{zz} = I_{zz} + I_{zz,D} \quad (14)$$

mit

$$I_{xx,D} = k [2 \varrho A_T l (\bar{r}_0^2 \sin^2 \alpha + h^2) + \frac{1}{6} \varrho A_T l^3] \quad (15)$$

$$I_{yy,D} = k [2 \varrho A_T l (\bar{r}_0^2 \cos^2 \alpha + h^2) + \frac{1}{6} \varrho A_T l^3] \quad (16)$$

$$I_{zz,D} = k [2 \varrho A_T l \bar{r}_0^2], \quad (17)$$

wobei mit

$$k = \frac{16 \nu l \omega_N d_C^2}{r_0 \omega_{z0}^2 d_T^4} \quad (18)$$

ein Korrekturfaktor eingeführt wird. Ohne diesen Korrektrufaktor (18) würde vorausgesetzt, daß sich das gesamte Flüssigkeitsvolumen des Tube  $V_T = A_T l$  wie eine reibungsfreie Flüssigkeit im Tube bewegt. Wegen der Viskosität der Flüssigkeit bewegt sich jedoch ein geringeres Flüssigkeitsvolumen  $V_v < V_T$  im Tube. Ein Vergleich mit den Aufzeichnungen an Bord von EQUATOR-S zeigt, daß die theoretische Zeitkonstante mit Berücksichtigung dieser Korrekturfaktors gut mit der gemessenen übereinstimmt, ohne Korrekturfaktor jedoch nur etwa halb so groß ist. Ein solcher Korrekturfaktor wurde in früheren Arbeiten [4, 5, 8] nicht berücksichtigt.

### 3 Stabilitätsbetrachtung und Nutationsdämpfung

Für die Stabilitätsuntersuchung und zur Berechnung der Nutationsdämpfung liefert ein  $e^{st}$ -Ansatz im obigen linearen Differentialgleichungssystem (11-13) ein lineares algebraisches Gleichungssystem, dessen Determinante das charakteristische Polynom vierten Grades liefert. Die Wurzeln dieses Polynoms liefern vier komplexe Frequenzen  $s = \sigma \pm i\bar{\omega}$ , deren Realteil  $\sigma$  ( $\leq 0$  bei Stabilität) die Dämpfung der Schwingung angibt. Aus dem Verschwinden der Determinante, also

$$\begin{vmatrix} \bar{I}_{xx}s + \omega_{z0}I_F \sin 2\alpha & (\bar{I}_{zz} - \bar{I}_{yy})\omega_{z0} - (I_F \sin 2\alpha)s & 2(s^2 + \omega_{z0}^2)I_F \sin \alpha \\ (\bar{I}_{xx} - \bar{I}_{zz})\omega_{z0} - (I_F \sin 2\alpha)s & \bar{I}_{yy}s - \omega_{z0}I_F \sin 2\alpha & -2(s^2 + \omega_{z0}^2)I_F \cos \alpha \\ \omega_{z0} \cos \alpha + (\sin \alpha)s & -(\cos \alpha)s + \omega_{z0} \sin \alpha & s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

folgt das charakteristische Polynom

$$a_4S^4 + a_3S^3 + a_2S^2 + a_1S + a_0 = 0, \quad (20)$$

mit

$$\begin{aligned} a_4 &= (1 - I^*)(1 - \bar{I}^*), \quad a_3 = 2\zeta\bar{\omega}(1 - I^*\bar{I}^*), \\ a_2 &= 1 + \bar{\omega}^2(1 - I^*\bar{I}^*) + \frac{3I^*\bar{I}^* - 2(I^* + \bar{I}^*) + 2(I + \bar{I}) - I_1I - I_2\bar{I}}{(I_1 - 1)(I_2 - 1)}, \\ a_1 &= 2\zeta\bar{\omega} \left[ 1 - \frac{I^*\bar{I}^*}{(I_1 - 1)(I_2 - 1)} \right], \quad \text{und} \\ a_0 &= \bar{\omega}^2 \left[ 1 - \frac{I^*\bar{I}^*}{(I_1 - 1)(I_2 - 1)} \right] + \frac{2I^*\bar{I}^* - (I^* + \bar{I}^*) + 2(I + \bar{I}) - I_1I - I_2\bar{I}}{(I_1 - 1)^2(I_2 - 1)^2}. \end{aligned}$$

Dabei wurde  $s = \bar{\omega}_N S$  substituiert und zur Abkürzung

$$\bar{\omega}_N^2 = (I_1 - 1)(I_2 - 1)\omega_{z0}^2 (\approx \omega_N^2), \quad \bar{\omega} = \frac{\omega_0}{\bar{\omega}_N}, \quad I = \frac{I_F}{\bar{I}_{yy}}, \quad \bar{I} = \frac{I_F}{\bar{I}_{xx}}$$

$$I^* = 2I \cos^2 \alpha, \quad \bar{I}^* = 2\bar{I} \sin^2 \alpha, \quad I_1 = \frac{\bar{I}_{zz}}{\bar{I}_{xx}}, \quad I_2 = \frac{\bar{I}_{zz}}{\bar{I}_{yy}}, \quad \text{und } I_F = \varrho A_T l \bar{r}_0^2$$

gesetzt. Die Nutationsdämpfung wird durch den Realteil  $\sigma$  der zur Nutationsschwingung gehörigen komplexen Frequenz  $s$  ausgedrückt. Eine anschaulichere Größe für das

Abklingverhalten der Nutation ist die Zeitkonstante  $\tau = -1/\sigma$ . Diese gibt an nach welcher Zeit der Nutationswinkel auf das  $1/e \approx 0.37$ -fache (rund  $1/3$ ) abgeklungen ist. Für diese Zeitkonstante kann man mittels der "Energy-Sink"-Methode eine Näherungsformel gewinnen [4, 8]

$$\tau \approx \tilde{\tau} = \frac{I_{xx}(I_{zz} - I_{xx}) [(w_2^2 - w_1^2)^2 + 4\zeta^2 w_1^2 w_2^2]}{2\zeta\omega_0 I_{zz} k \rho A_T l \bar{r}_0^2 w_1^2 [(w_1 - N)^2 \sin^2 \alpha + (w_1 N - 1)^2 \cos^2 \alpha]} \quad (21)$$

mit

$$N = \sqrt{\frac{I_{xx}(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}(I_{zz} - I_{yy})}}, \quad w_1 = \frac{\omega_N}{\omega_{z0}}, \quad \text{und} \quad w_2 = \frac{\omega_0}{\omega_{z0}}.$$

Es sei erwähnt, daß für  $b \ll r_0$  und bei kleiner Flüssigkeitsmasse in den obigen Gleichungen  $\bar{r}_0 = (r_0 + b/2)$  durch  $r_0$  ersetzt werden kann.

## 4 Test des Nutationsdämpfers am Pendel

Die Funktion des Nutationsdämpfer kann an einer Pendelmaschine (Bild 31) getestet werden. Es handelt sich dabei um ein physikalisches Pendel an dem der Dämpfer in einem wählbaren Abstand von der Drehachse des Pendels montiert werden kann. Außerdem können Frequenz und Energie des Pendels durch verschiebbare starre Massen eingestellt werden. Für dieses Pendel leiten wir im folgenden die Bewegungsgleichungen mit Hilfe der Lagrangeschen Gleichungen

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_n} \right) + \frac{\partial V}{\partial q_n} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_n} = Q_n \quad (22)$$

her. Mit den zwei generalisierten Koordinaten  $\varphi$  (Drehwinkel des Pendels) und  $z$  (Bewegungsstrecke der Flüssigkeit im Tube) hat das System Pendel-Dämpfer die kinetische Energie

$$T = \frac{1}{2} I_S \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_D (\dot{z} + \bar{r}_0 \dot{\varphi})^2 + \frac{1}{2} I_0 \dot{\varphi}^2, \quad (23)$$

die potentielle Energie

$$V = \frac{1}{2} m_D \omega_0^2 z^2 + m_D g z \sin \varphi + m_D g \bar{r}_0 (1 - \cos \varphi) + M g r_s (1 - \cos \varphi) \quad (24)$$

und die zugehörige Dissipationsfunktion lautet

$$D = \frac{1}{2} m_D 2\zeta \omega_0 \dot{z}^2. \quad (25)$$

Dabei bezeichnen  $I_S$  das Trägheitsmoment der starren Massen,  $m_D = k \rho l A_T$  die Flüssigkeitsmasse im Tube,  $\bar{r}_0$  den Abstand der Flüssigkeit von der Drehachse,  $I_0 = \frac{1}{12} m_D l^2$  das Trägheitsmoment der als starr angenommenen Flüssigkeitssäule um ihre zur Säule senkrechten Schwerpunktsachse,  $\omega_0$  die ungekoppelte Eigenfrequenz der Flüssigkeitssäule,  $g$  die Schwerkraftbeschleunigung,  $M$  den starren Anteil der Pendelmasse

und  $r_s$  den Schwerpunktsabstand der starren Pendelmasse vom Drehpunkt. Hier wurde wieder für die bewegte Masse  $m_D$  ein entsprechender Korrekturfaktor

$$k = \frac{16\nu l \omega_p d_C^2}{g d_T^4} \quad (26)$$

eingeführt.

Anwendung des Lagrangeschen Formalismus und Linearisierung liefert die beiden Bewegungsgleichungen ( $Q_{1,2} = 0$ )

$$I_G \ddot{\varphi} + M_G \bar{r}_s g \varphi + m_D \bar{r}_0 \ddot{z} + m_D g z = 0 \quad (27)$$

und

$$\ddot{z} + 2\zeta \omega_0 \dot{z} + \omega_0^2 z + \bar{r}_0 \ddot{\varphi} + g \varphi = 0, \quad (28)$$

mit

$$2\zeta \bar{\omega}_0 = \frac{32\nu}{\left(1 + \frac{b}{l} \frac{d_T^2}{d_C^2}\right) d_T^2} \quad \text{und} \quad \bar{\omega}_0^2 = \frac{2g}{b \left(1 + \frac{l}{b} \frac{d_C^2}{d_T^2}\right)}, \quad (29)$$

wobei  $I_G = I_S + I_D$  das Trägheitsmoment des Gesamtsystems um die Drehachse des Pendels,  $I_D = I_0 + m_D \bar{r}_0^2$  das Trägheitsmoment der Flüssigkeit um die gleiche Achse,  $M_G = M + m_D$  die Gesamtmasse des Pendels,  $\bar{r}_s$  den Schwerpunktsabstand des Gesamtsystems von der Drehachse des Pendels und  $g$  die Schwerebeschleunigung bezeichnen. Für letzteren gilt die Beziehung  $M_G \bar{r}_s = M r_s + m_D \bar{r}_0$ . Mit der Pendelfrequenz

$$\omega_p = \sqrt{\frac{M_G \bar{r}_s g}{I_G}} \quad (30)$$

und der Substitution  $s = \omega_p S$  erhalten wir mit dem  $e^{st} = e^{\omega_p St}$ -Anstatz das charakteristische Polynom

$$\left(1 - \frac{m_D \bar{r}_0^2}{I_G}\right) S^4 + 2\zeta \frac{\bar{\omega}_0}{\omega_p} S^3 + \left(1 + \frac{\bar{\omega}_0^2}{\omega_p^2} - \frac{2m_D \bar{r}_0}{M_G \bar{r}_s}\right) S^2 + 2\zeta \frac{\bar{\omega}_0}{\omega_p} S + \frac{\bar{\omega}_0^2}{\omega_p^2} - \frac{m_D I_G}{M_G^2 \bar{r}_s^2} = 0. \quad (31)$$

Die Zeitkonstante  $\tau$  erhält man aus der zum Pendel gehörigen Lösung  $S$  des obigen charakteristischen Polynoms (31) als

$$\tau = -\frac{1}{\sigma} = -\frac{1}{\omega_p \operatorname{Re} S}. \quad (32)$$

## 5 Numerische Auswertung

### 5.1 Dämpfung der Nutationsschwingung des Satelliten

Wie schnell eine Nutation durch den Dämpfer abgebaut wird kann durch die oben angegebene Zeitkonstante  $\tau$  ausgedrückt werden. Diese Zeitkonstante gibt an nach welcher Zeit der Nutationswinkel auf das  $1/e$ -fache, also etwa den dritten Teil abgeklungen ist. Um  $\tau$  zu bestimmen, müssen die Wurzeln des charakteristischen Polynoms (20) numerisch berechnet werden. Aus dem zur Nutationsschwingung gehörigen Lösungspaar wurde die Zeitkonstante  $\tau = -1/\operatorname{Re}(s)$  ermittelt. Um den Einfluß der verschiedenen Parameter zu erkennen, wurde die Zeitkonstante als Funktion eines der Parameter aufgetragen.

### 5.1.1 Maximale Dämpfung

Zur Ermittlung der stärksten Dämpfung kann zunächst einmal - mit eventuellen Einschränkungen für die Parameter - der Minimalwert der Zeitkonstanten  $\tau$  berechnet werden. Ein solches Minimum wurde hier ermittelt; allerdings für den numerisch einfacher zu bestimmenden Näherungswert  $\tilde{\tau}$ . Hierzu haben wir folgendes angenommen: Dämpfer aus Aluminium (Dichte  $2700 \text{ kg/m}^3$ ) mit Rohrwandstärken von 1.5 mm für den Tube und 2 mm für das Cap, einen Satelliten mit den Trägheitsmomenten

$$I_{xx} = 33.34 \text{ kg m}^2, \quad I_{yy} = 34.80 \text{ kg m}^2, \quad I_{zz} = 45.35 \text{ kg m}^2,$$

Spinfrequenz, Einbauhöhe sowie Einbauwinkel der Dämpfer

$$\omega_{z0} = 48 \text{ rpm}, \quad H = 0, \quad \alpha = 0,$$

Dichte und kinematische Zähigkeit der Dämpferflüssigkeit

$$\varrho = 1841 \text{ kg/m}^3, \quad \nu = 1.3 \text{ cSt.}$$

Mit den Einschränkungen für die restlichen geometrischen Parameter

$$\begin{aligned} 40 \text{ mm} &\leq d_C \leq 60 \text{ mm} && \text{für den Innendurchmesser der Cap-Rohre,} \\ 40 \text{ mm} &\leq b \leq 80 \text{ mm} && \text{für die Länge der Cap-Rohre,} \\ 8 \text{ mm} &\leq d_T \leq 10 \text{ mm} && \text{für den Innendurchmesser der Tube-Rohre,} \\ 400 \text{ mm} &\leq l \leq 500 \text{ mm} && \text{für die Länge der Tube-Rohre und} \\ 400 \text{ mm} &\leq r_0 \leq 565 \text{ mm} && \text{für den Einbauradius der Dämpfer.} \end{aligned}$$

liefert die Optimierung das Ergebnis

$$\begin{aligned} \text{Durchmesser Cap} \quad d_C &= 46.08 \text{ mm} \\ \text{Länge des Cap} \quad b &= 80.00 \text{ mm} && (\text{Einschränkungsgrenze}) \\ \text{Durchmesser Tube} \quad d_T &= 10.00 \text{ mm} && (\text{Einschränkungsgrenze}) \\ \text{Länge des Tube} \quad l &= 500.00 \text{ mm} && (\text{Einschränkungsgrenze}) \\ \text{Einbauradius} \quad r_0 &= 565.00 \text{ mm} && (\text{Einschränkungsgrenze}) \end{aligned}$$

und als Minimum der Zeitkonstanten

$$\tilde{\tau}_{min} = 50.33 \text{ Sekunden.}$$

### 5.1.2 Einfluß der Parameter auf die Nutationsdämpfung

Der Nutationsdämpfer für den Satellit EQUATOR-S sollte für Spinnraten bis 50 rpm und verschiedene Trägheitsmomente (Auskappen der Booms nach dem Aufspinnen) wirken. Der Dämpfer wurde daher wie folgt ausgelegt

$$\begin{aligned} \text{Durchmesser Cap} \quad d_C &= 45 \text{ mm} \\ \text{Länge des Cap} \quad b &= 80 \text{ mm} \\ \text{Durchmesser Tube} \quad d_T &= 9 \text{ mm} \\ \text{Länge des Tube} \quad l &= 500 \text{ mm} \\ \text{Einbauradius} \quad r_0 &= 565 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Die restlichen Parameter sind jene bereits oben angegebenen. In den Bildern 2 und 3 wurde der Korrekturfaktor  $k$  in Abhängigkeit des Tube-Durchmessers  $d_T$  (Bild 2) bzw. des Cap-Durchmessers  $d_C$  (Bild 3) aufgetragen. Aus Bild 3 kann man entnehmen, daß der Korrekturfaktor für die oben gewählten Parameter und  $d_T = 9 \text{ mm}$  den Wert  $k \approx 1/3$  hat, d.h. daß die bewegte Flüssigkeitsmasse nur ein Drittel der im Tube befindlichen Flüssigkeitsmasse  $\rho A_T l$  beträgt. Weiter kann man aus Bild 2 erkennen daß der Korrekturfaktor mit wachsendem Tubedurchmesser weiter abnimmt und für kleinere  $d_T$  größer wird ( $k = 0.6$  für  $d_T = 8 \text{ mm}$ . Die Abhängigkeit von  $k$  vom Cap-Durchmesser ist umgekehrt, d.h. mit wachsendem  $d_C$  wächst auch der Korrekturfaktor ( $k \approx 0.65$  für  $d_C = 60 \text{ mm}$ ). Wie sich die Korrektur auf die Zeitkonstante auswirkt ist in Bild 4 gezeigt. Hier sind für variablen Tubedurchmesser  $8 \text{ mm} \leq d_T \leq 9.5 \text{ mm}$  die korrigierte Zeitkonstante  $\tau$  (—), die korrigierte Näherungslösung  $\tilde{\tau}$  (---), die unkorrigierte (ohne Korrekturfaktor  $k$ , d.h.  $k = 1$ ) Zeitkonstante  $\tau(\text{ohne } k)$  (----) und die unkorrigiert Näherungslösung  $\tilde{\tau}(\text{ohne } k)$  (....) sowie das Ergebnis aus der Anbordaufzeichnung von EQUATOR-S  $\tau_{Exp}$  aufgetragen. Man erkennt den deutlichen Unterschied zwischen den korrigierten und unkorrigierten Werten für die Zeitkonstante. Für die gewählten Parameter  $d_T = 9 \text{ mm}$  ist die korrigierte Zeitkonstante etwa doppelt so groß wie die unkorrigierte. Der gemessene Wert stimmt dabei sehr gut mit der korrigierten Zeitkonstanten  $\tau$  überein. Dies zeigt, daß für eine quantitativ gute Voraussage der Korrekturfaktor berücksichtigt werden muß. In den Bildern 5-16 ist die Zeitkonstante  $\tau$  (—) und deren Näherungswert  $\tilde{\tau}$  (---) als Funktion jeweils eines der Parameter aufgetragen. Der gemessene Wert an Bord von EQUATOR-S ist ebenfalls wieder mit eingezzeichnet. In Bild 5 wurde das Trägheitsmoment um die  $x$ -Achse  $I_{xx}$  des Satelliten variiert. Hier kann man erkennen, daß Änderungen des Trägheitsmomentes die Zeitkonstante deutlich beeinflussen. Verringert sich  $I_{xx}$  so steigt die Zeitkonstante an; eine Änderung von weniger als 10% des Trägheitsmomentes kann bereits eine Verdoppelung der Zeitkonstante bedeuten. Ein ähnliches Verhalten gilt auch bei Änderung des Trägheitsmoment um die  $y$ -Achse  $I_{yy}$  (Bild 6). Es zeigt sich bereits hier, daß die endgültigen Trägheitsmomente des Satelliten von vornherein bekannt sein müßten, wollte man die bestmögliche Nutationsdämpfung erzielen. Der Einfluß des Trägheitsmomentes  $I_{zz}$  um die Spinachse ist hier umgekehrt, d.h. mit kleiner werdendem  $I_{zz}$  nimmt auch die Zeitkonstante  $\tau$  ab (Bild 7) und hat für  $I_{zz} \approx 44 \text{ kg m}^2$  einen Minimalwert von  $\tau \approx 45 \text{ s}$  (Bilder 7 und 8). In diesen, wie auch in den folgenden Bildern erkennt man auch, daß der Näherungswert  $\tilde{\tau}$  für die Zeitkonstante  $\tau$  recht gut mit dieser übereinstimmt und daher für die Auslegung eines Nutationsdämpfers geeignet ist.

Der Einfluß der Spinrate ist in Bild 9 dargestellt. Mit kleiner werdender Spinrate nimmt die Zeitkonstante zu und hat für  $\omega_{z0} = 30 \text{ rpm}$  den Wert  $\tau = 95 \text{ s}$ . Die Nutationsdämpfung hängt auch stark vom Abstand  $r_0$  des Dämpfers von der Spinachse ab. Dies kann aus Bild 10 entnommen werden. Wie zu erwarten steigt die Zeitkonstante mit abnehmendem  $r_0$  und hat für  $r_0 = 0.45 \text{ m}$  den Wert  $\tau = 150 \text{ s}$ , ist also mehr als doppelt so groß wie für den gewählten Abstand  $r_0 = 0.565 \text{ m}$  mit einem  $\tau = 72 \text{ s}$ . Einen starken Einfluß auf die Dämpfung hat auch die Länge des Tube. In Bild 11 ist die Zeitkonstante  $\tau$  als Funktion der Tubelänge  $l$  aufgetragen. Bei dem hier gewählten festen Parametersatz zeigt sich interessanterweise, daß mit kleiner werdender Tubelänge die Zeitkonstante fällt, eine kürzere Tubelänge also günstiger wäre. Bei ausgeklapptem Booms jedoch, also anderen Trägheitsmomenten, verhält sich dies jedoch umgekehrt (siehe Bild 24). Der Einfluß des

Tubedurchmessers  $d_T$  wird in Bild 12 gezeigt. Man sieht, daß mit wachsendem  $d_T$  die Zeitkonstante abnimmt. Relativ gering ist der Einfluß der Caplänge wie man in Bild 13 sehen kann. Mit wachsender Caplänge  $b$  nimmt die Zeitkonstante geringfügig ab. Der Einfluß des Capdurchmessers ist hingegen stärker. Bild 14 zeigt, daß mit geringer werdendem Capdurchmesser  $d_C$  die Zeitkonstante zunächst fällt und für  $d_C \approx 41.5 \text{ cm}$  den Minimalwert  $\tau \approx 60 \text{ s}$  erreicht und dann wieder ansteigt. Ebenso steigt die Zeitkonstante für  $d_C > 45 \text{ cm}$  und hat beispielsweise für  $d_C = 50 \text{ cm}$  bereits den Wert  $\tau = 100 \text{ s}$ .

Einen entscheidenden Einfluß auf die Nutationsdämpfung hat die Wahl der Flüssigkeit. Von Dichte und Viskosität der Flüssigkeit hängt die Zeitkonstante sehr stark ab. Besonders drastisch wirkt sich die Viskosität auf die Zeitkonstante aus. Es sollte daher die Temperaturabhängigkeit der Viskosität mit berücksichtigt werden. Bei EQUATOR-S beträgt die Temperatur für die Dämpferflüssigkeit  $12.7^\circ \text{ C}$ . Als Flüssigkeit wurde für den EQUATOR-S-Nutationsdämpfer PP3 gewählt. Bild 15 zeigt wie die Zeitkonstante von der Flüssigkeitsdichte  $\varrho$  abhängt. Für eine Flüssigkeit, deren Dichte nur etwa halb so groß wie die gewählte ( $\varrho = 1841 \text{ kg/m}^3$ ) wäre, also etwa die Dichte von Wasser hätte, wäre die Zeitkonstante etwa doppelt so groß. Bild 16 zeigt, daß der Einfluß der kinematischen Viskosität  $\nu$  noch stärker ist. Eine geringfügig kleinere Viskosität  $\nu$ , etwa durch höhere Temperatur der Flüssigkeit, bewirkt bereits eine deutlich höhere Zeitkonstante  $\tau$ .

Die Bilder 17-29 zeigen die Ergebnisse für EQUATOR-S mit ausgeklappten Booms. Die Trägheitsmomente des Satelliten sind dann

$$I_{xx} = 38.00 \text{ kg m}^2, \quad I_{yy} = 39.37 \text{ kg m}^2, \quad I_{zz} = 54.67 \text{ kg m}^2.$$

Die restlichen Parameter sind jene von oben. In den Bildern 17 und 18 ist wieder der Korrekturfaktor  $k$  in Abhängigkeit des Tubedurchmessers  $d_T$  bzw. Capdurchmessers  $d_C$  gegeben. Das Verhalten ist wieder ähnlich jenem in den Bildern 2 und 3. Der Korrekturfaktor hat jetzt aufgrund der etwas höheren Nutationsfrequenz einen geringfügig höheren Wert. Die Zeitkonstante ist jetzt mit  $\tau = 345 \text{ s}$  bei ausgeklappten Booms wesentlich größer. Das Verhalten bei geringer Änderungen der Hauptträgheitsmomente ist jedoch wieder ähnlich wie oben (vgl. Bilder 19 bis 21 mit den Bildern 5 bis 7). Die Änderung der Zeitkonstanten bei geringer Änderung der Spinfrequenz  $\omega_{z0}$  verhält sich jetzt umgekehrt, d.h. mit kleiner werdendem  $\omega_{z0}$  wird auch die Zeitkonstante kleiner (Bild 22). Bei  $\tau \approx 25 \text{ rpm}$  würde  $\tau$  minimal und dann wieder ansteigen (hier nicht gezeigt). Wie mit eingeklappten Booms verhält sich die Abhängigkeit der Zeitkonstanten vom Dämpferabstand  $r_0$  auch hier wieder (Bild 23). In Bild 24 kann man sehen, daß für die gewählte Tubelänge  $l = 0.5 \text{ m}$  die Zeitkonstante für EQUATOR-S mit ausgeklappten Booms nahezu ihr Maximum erreicht, d.h. ein kürzerer oder längerer Tube wäre jetzt günstiger. Gleiches gilt auch für den Tubedurchmesser (Bild 25) während sich die Caplängenänderung wieder wie früher auf die Zeitkonstante auswirkt (Bild 26). Änderungen des Capdurchmessers wirken sich ebenfalls ähnlich wie oben aus; nur wird jetzt  $\tau$  nicht schon für  $d_C$  im dargestellten Bereich  $40 \text{ mm} \leq d_C \leq 50 \text{ mm}$  minimal (Bild 27). Die Abhängigkeit der Nutationsdämpfung von den Flüssigkeitsparametern Dichte  $\varrho$  und Viskosität  $\nu$  ist wieder wie früher (vgl. Bilder 28 und 29 mit den Bildern 15 und 16).

Wie die obigen Ergebnisse zeigen, war der Nutationsdämpfer nicht so ausgelegt daß die bestmögliche Dämpfung, d.h. kleinste Zeitkonstante  $\tau$  erzielt wurde. Das liegt daran, daß

die Trägheitsmomente von EQUATOR-S nicht von Anfang an fest vorgegeben werden konnten, daß außerdem eine gute Dämpfung sowohl mit eingeklappten als auch ausgeklappten Booms gegeben sein mußte und daß schließlich gewisse Einschränkungen gegeben waren, etwa bei der Wahl von Tube- und Capdurchmesser. Wie aus den Aufzeichnungen an Bord von EQUATOR-S zu sehen ist (siehe unten), hat der Nutationsdämpfer jedoch seine Aufgabe gut erfüllt.

### 5.1.3 Aufzeichnung der Nutationsdämpfung an Bord von EQUATOR-S

Bild 30 zeigt das Abklingen der Nutationsamplitude von EQUATOR-S zu Beginn der Mission. Der Anfangswinkel der Nutation betrug  $3.84^\circ$ . Aus der Aufzeichnung erhält man für die Zeitkonstante den (gemittelten) Wert  $\tau_{Exp} = (72 \pm 6)s$ . Aus der Rechnung folgt für die Parameter

$$I_{xx} = 33.34 \text{ kg m}^2, \quad I_{yy} = 34.80 \text{ kg m}^2, \quad I_{zz} = 45.35 \text{ kg m}^2$$

$$\omega_{z0} = 48 \text{ rpm}, \quad r_0 = 0.565 \text{ m} \quad H = 0, \quad \alpha = 0$$

$$d_T = 9 \text{ mm}, \quad l = 50 \text{ cm}, \quad d_C = 45 \text{ mm}, \quad b = 8 \text{ cm}$$

$$\varrho = 1841 \text{ kg/m}^3, \quad \nu = 1.3 \text{ cSt}$$

eine Zeitkonstante  $\tau = 72.3 \text{ s}$ . Das ist eine sehr gute Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert.

## 5.2 Dämpfung der Pendelschwingung mittels Nutationsdämpfer

Der Nutationsdämpfer kann im Erdlabor an einem Pendel getestet werden. Die Zeitkonstante lässt sich hier sowohl numerisch aus der charakteristischen Gleichung (31) wie auch experimentell ermitteln. Ein Vergleich beider Ergebnisse erlaubt Aussagen über die Güte des mathematischen Modells. Das verwendete Pendel ist luftgelagert und hat somit geringe Reibung. Das Abklingen der Pendelschwingung kommt daher nahezu ausschließlich durch den Dämpfer zustande. Am Pendel können zwei starre Massen an zwei Aluminiumrohren oberhalb und unterhalb des Pendeldrehpunktes verschiebbar angebracht werden (Bild 31). Dadurch lassen sich Schwerpunktsabstand und Trägheitsmoment und damit Pendelfrequenz und -energie variieren. Die Daten für dieses Pendel können aus Bild 32 entnommen werden.

### 5.2.1 Numerische Ergebnisse der Dämpfung

Für die Versuche am Pendel wurde ein Dämpfer aus Plexiglas mit den Abmessungen

$$d_T = 8 \text{ mm}, \quad l = 46 \text{ cm}, \quad d_C = 34 \text{ mm}, \quad \text{und} \quad b = 11.25 \text{ cm}$$

verwendet. Als Flüssigkeit wurde Wasser benutzt und hierfür

$$\varrho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \text{und} \quad \nu = 1 \text{ cSt}$$

angenommen. Das Dämpfergehäuse hatte eine Masse  $m_{DG} = 0.4829 \text{ kg}$  und ein Trägheitsmoment um seine Schwerpunktsachse (parallel zur Drehachse des Pendels)  $I_{DG} = 1.592 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$ . Mit den Abständen der starren Massen  $L_1 = 65 \text{ cm}$  (oberhalb des Drehpunktes) und  $L_2 = 90 \text{ cm}$  (unterhalb des Drehpunktes) erhält man für einen Drehpunktsabstand  $r_0 = 67 \text{ cm}$  des Dämpferschwerpunktes eine theoretische Zeitkonstante (aus Gl. (31) )

$$\tau_{th} = 38.7 \text{ s.}$$

Das Experiment lieferte für diesen Fall (siehe unten)

$$\tau_{ex} = (38 \pm 3) \text{ s.}$$

Damit hat man eine gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment. Auch hier zeigte sich wieder die Notwendigkeit des Korrekturfaktors. Ohne diesen würde die Rechnung eine Zeitkonstante von nur 11.2 s liefern, also erheblich vom experimentellen Wert abweichen. Durch den Korrekturfaktor  $k$  wurde eben berücksichtigt, daß für die bewegte Flüssigkeitsmasse nicht das gesamte Flüssigkeitsvolumen des Tube gesetzt werden darf, sondern aufgrund der viskosen Rohrströmung ein zu berechnender geringerer Wert genommen werden muß. Dabei muß jedoch beachtet werden, daß nach den Voraussetzungen der Theorie die Parameter nicht völlig beliebig gewählt werden können, sondern daß beispielsweise das Verhältnis  $d_T/d_C$  klein und auch laminare Strömung gegeben sein muß.

### 5.2.2 Experimentelle Ergebnisse

Für das Experiment wurde der oben beschriebene Dämpfer verwendet. In den Bildern 33 und 34 sind die Pendelschwingungen als Funktion der Zeit für das Pendel mit Dämpfergehäuse ohne Flüssigkeit (Bild 33) und mit wassergefülltem Dämpfer (Bild 34) aufgezeichnet. In Bild 33 ist die Dämpfung aufgrund der Luftlagerung des Pendels äußerst gering. Die starke Dämpfung der Schwingung in Bild 34 wird also fast ausschließlich durch den Flüssigkeitsdämpfer erzielt. Eine Auswertung der Aufzeichnung bringt für kleine Schwingungsamplituden eine Zeitkonstante  $\tau_{Exp} = (38 \pm 3) \text{ s}$  und stimmt gut mit dem Wert  $\tau_{th} = 38.7 \text{ s}$  der Theorie überein (siehe oben). Für den Vergleich mit der linearen Theorie ist dabei darauf zu achten, daß im Experiment kleine Schwingungsamplituden gegeben sind.

## Anhang

### A Herleitung des Korrekturfaktors

Zur Herleitung des Korrekturfaktors  $k$  in (18) und (26) vergleichen wir das Durchflußvolumen der reibungsfreien Strömung im Rohr mit jenem der viskosen Rohrströmung. Es soll also ermittelt werden, wie mittels eines Korrekturfaktors  $k$  das Durchströmvolumen einer reibungsfreien Flüssigkeit korrigiert werden muß, so daß gilt

$$V_{Tv} = kV_{Trf}, \quad (33)$$

wenn  $V_{Tf}$  dem Volumen der reibungsfreien Flüssigkeit entspräche und  $V_{Tv}$  das Volumen der viskosen Flüssigkeit bezeichnet. Dem Durchfluß einer reibungsfreien Flüssigkeit entspräche eine Amplitude  $\zeta_{rf}$  der Flüssigkeitsoberfläche im Cap und jenem einer viskosen Flüssigkeit eine Amplitude  $\zeta_v$ . Es gilt also wegen  $\zeta_v A_C = k \zeta_{rf} A_C$

$$\zeta_v = k \zeta_{rf}. \quad (34)$$

Das Durchflußvolumen der reibungsfreien Flüssigkeit während einer viertel Periode wäre nun

$$V_{rf} = \zeta_{rf} A_C \quad (35)$$

mit einem unbekannten  $\zeta_{rf}$ . Um dieses zu eliminieren berechnen wir für das gleiche Volumen  $V_v = V_{rf}$  den Durchfluß im viskosen Fall. Dazu nehmen wir vereinfacht zu jedem Zeitpunkt  $t$  eine stationäre Rohrströmung an und integrieren dann über das Zeitintervall einer viertel Periodenschwingung.

Für die stationäre Rohrströmung gilt die Geschwindigkeitsverteilung

$$w = \frac{p_l - p_0}{4\eta l} (r^2 - R^2), \quad (36)$$

wobei  $p_0$  und  $p_l$  den Druck an den Rohrenden,  $\eta$  die dynamische Viskosität,  $l$  die Rohrlänge (Tubelänge),  $r$  die radiale Rohrkoordinate und  $R = d_T/2$  den Rohrradius bezeichnen. Mit den Auslenkungen  $\pm \zeta_v \cos(\Omega t)$  über der Gleichgewichtslage gilt für den um eine viertel Periode verschobenen treibenden Druck der Rohrströmung

$$p_0 = \varrho g [b/2 + \zeta_v \sin(\Omega t)], \quad p_l = \varrho g [b/2 - \zeta_v \sin(\Omega t)].$$

Dabei steht  $\Omega$  für die Nutationsfrequenz  $\omega_N$  beim Nutationsdämpfer im Satelliten und für die Pendelfrequenz  $\omega_p$  beim Nutationsdämpfer am Pendel. Entsprechend ist für  $g$  die Erdschwere beim Pendel und  $r_0 \omega_{z0}$  beim Satelliten zu setzen. Für die Geschwindigkeit der viskosen Rohrströmung gilt dann

$$w = \frac{2\varrho \zeta_v g}{4\eta l} (r^2 - R^2) \sin(\Omega t). \quad (37)$$

Das Durchflußvolumen der viskosen Flüssigkeit für eine viertel Periodenschwingung ist damit gegeben durch

$$V_v = 2\pi \int_{t=0}^{\pi/2\Omega} \int_{r=0}^R w r dr dt = \frac{\pi \varrho \zeta_v g R^4}{4\eta l \Omega}, \quad (38)$$

oder wegen (34)

$$V_v = \frac{\pi \varrho k \zeta_{rf} g R^4}{4\eta l \Omega}. \quad (39)$$

Direkter Vergleich mit (34) liefert

$$\zeta_{rf} A_C = V_{rf} = V_v = \frac{\pi \varrho k \zeta_{rf} g R^4}{4\eta l \Omega}$$

und damit wegen  $\nu = \eta/\varrho$ ,  $R = d_T/2$ ,  $A_C = \pi d_C^2/4$  den Korrekturfaktor

$$k = \frac{16\nu l \Omega d_C^2}{g d_T^4}, \quad (40)$$

mit  $\Omega = \omega_N$ ,  $g = r_0 \omega_{z0}^2$  für den Dämpfer im Satelliten und  $\Omega = \omega_p$ ,  $g = \text{Erdbeschleunigung}$  für den Dämpfer am Pendel.

## Nomenklatur

$A_T$	Querschnittsfläche des Tube
$b$	Caplänge
$d_C$	Capdurchmesser
$d_T$	Tubedurchmesser
$g$	Erdbeschleunigung
$h$	Abstand des Dämpferschwerpunktes von der $x - y$ -Ebene
$I_0$	Trägheitsmoment der Flüssigkeitssäule im Tube beim Pendel
$I_D$	Trägheitsmoment der Flüssigkeit am Pendel ( $I_D = I_0 + m_D \bar{r}_0^2$ )
$I_G$	Trägheitsmoment des Pendels ( $I_G = I_S + I_D$ )
$I_S$	Trägheitsmoment der starren Masse des Pendels
$\mathbf{I}_S$	zeitlich unveränderlicher Anteil des Satellitenträgheitsmomentes
$\mathbf{I}_D$	zeitlich veränderlicher Anteil des Satellitenträgheitsmomentes
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$	Hauptträgheitsmomente des Satelliten (ohne schwingende Dämpferflüssigkeit)
$\bar{I}_{xx}, \bar{I}_{yy}, \bar{I}_{zz}$	Hauptträgheitsmomente des Satelliten mit schwingender Dämpferflüssigkeit
$I_{xx,D}, I_{yy,D}$	zeitlich veränderliche Anteile der Hauptträgheitsmomente
$I_{zz,D}$	des Satelliten (schwingende Dämpferflüssigkeit)
$k$	Korrekturfaktor
$\mathbf{K}$	Coriolistensor
$\mathbf{L}$	Relativbeschleunigung
$l$	Tubelänge
$M$	starre Pendelmasse
$M_G$	Gesamtmasse des Pendels ( $M_G = M + m_D$ )
$\mathbf{M}_a$	äußeres Moment
$M_x, M_y, M_z$	Komponenten der äußeren Momente
$r_0$	Abstand des Dämpferschwerpunktes von der Spinachse
$\bar{r}_0$	Abstand der Tubeflüssigkeit von der Spinachse ( $\bar{r}_0 = r_0 + b/2$ )
$\bar{r}_s$	Schwerpunktsabstand beim Pendel
$\alpha$	Winkel der Dämpferebene mit der $x$ -Achse
$\zeta$	Dämpfungsfaktor der ungekoppelten Dämpferschwingung
$\nu$	kinematische Viskosität der Dämpferflüssigkeit
$\varrho$	Dichte der Dämpferflüssigkeit
$\omega_N$	Nutationsfrequenz
$\omega_0$	ungekoppelte Dämpferfrequenz
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	Winkelgeschwindigkeitskomponenten
$\omega_{z0}$	Spinfrequenz
$\omega_p$	Pendelfrequenz

## References

- [1] Haerendel, G., Torbert, R. B., Höfner, H.: The Equator-S mission. *Ann. Geophysicae* 17 (1999), 1499-1502.
- [2] Haerendel, G.: Equator-S: The mission and first coordinated measurements with geotail. *Adv. Space Res.*, (to appear)
- [3] Stöcker, J., Parigger, P., Thiel, M.: Structural development of Equator-S, ESA-SP, 386, 21-27, 1996.
- [4] Truckenbrodt, A., Scholtysik, B. Mehlretter, J. P.: Nutationsdämpfer für den AMPTE-IRM-Satelliten, Durchführbarkeitsstudie. München 1982.
- [5] Truckenbrodt, A., Scholtysik, B. Mehlretter, J. P.: Nutationsdämpfer für den AMPTE-IRM-Satelliten, Abschlußbericht. München 1982.
- [6] Sagirow, P.: Satellitendynamik. BI Mannheim 1970.
- [7] Truckenbrodt, E. Strömungsmechanik. Springer Berlin-Heidelberg 1968.
- [8] Hartmann, M.: Entwurf eines Nutationsdämpfers für einen Forschungssatelliten. Diplomarbeit, Universität der Bundeswehr München, Institut für Raumfahrttechnik 1994.

## Liste der Bilder

**Bild 1:** Satellit EQUATOR-S und Nutationsdämpfer

**Bild 2:** Korrekturfaktor als Funktion des Tubedurchmessers  $d_T$

**Bild 3:** Korrekturfaktor als Funktion des Capdurchmessers  $d_C$

**Bild 4:** Zeitkonstante als Funktion von  $d_T$  mit und ohne Korrektur

**Bild 5:** Zeitkonstante als Funktion des Hauptträgheitsmomentes  $I_{xx}$

**Bild 6:** Zeitkonstante als Funktion des Hauptträgheitsmomentes  $I_{yy}$

**Bild 7:** Zeitkonstante als Funktion des Hauptträgheitsmomentes  $I_{zz}$

**Bild 8:** Zeitkonstante als Funktion des Hauptträgheitsmomentes  $I_{zz}$

**Bild 9:** Zeitkonstante als Funktion der Spinrate  $\omega_{z0}$

**Bild 10:** Zeitkonstante als Funktion des Dämpferabstandes von der Spinachse  $r_0$

**Bild 11:** Zeitkonstante als Funktion der Tubelänge  $l$

**Bild 12:** Zeitkonstante als Funktion des Tubedurchmessers  $d_T$

**Bild 13:** Zeitkonstante als Funktion der Caplänge  $b$

**Bild 14:** Zeitkonstante als Funktion des Capdurchmessers  $d_C$

**Bild 15:** Zeitkonstante als Funktion der Flüssigkeitsdichte  $\varrho$

**Bild 16:** Zeitkonstante als Funktion der kinematischen Viskosität  $\nu$

**Bild 17:** Korrekturfaktor als Funktion des Tubedurchmessers  $d_T$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 18:** Korrekturfaktor als Funktion des Capdurchmessers  $d_C$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 19:** Zeitkonstante als Funktion des Hauptträgheitsmomentes  $I_{xx}$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 20:** Zeitkonstante als Funktion des Hauptträgheitsmomentes  $I_{yy}$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 21:** Zeitkonstante als Funktion des Hauptträgheitsmomentes  $I_{zz}$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 22:** Zeitkonstante als Funktion der Spinrate  $\omega_{z0}$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 23:** Zeitkonstante als Funktion des Dämpferabstandes von der Spinachse  $r_0$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 24:** Zeitkonstante als Funktion der Tubelänge  $l$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 25:** Zeitkonstante als Funktion des Tubedurchmessers  $d_T$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 26:** Zeitkonstante als Funktion der Caplänge  $b$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 27:** Zeitkonstante als Funktion des Capdurchmessers  $d_C$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 28:** Zeitkonstante als Funktion der Flüssigkeitsdichte  $\rho$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 29:** Zeitkonstante als Funktion der kinematischen Viskosität  $\nu$  bei ausgeklappten Booms

**Bild 30:** Nutationswinkel (Aufzeichnung an Bord von EQUATOR-S)

**Bild 31:** Luftgelagertes Versuchspendel und Dämpfer aus Plexiglas

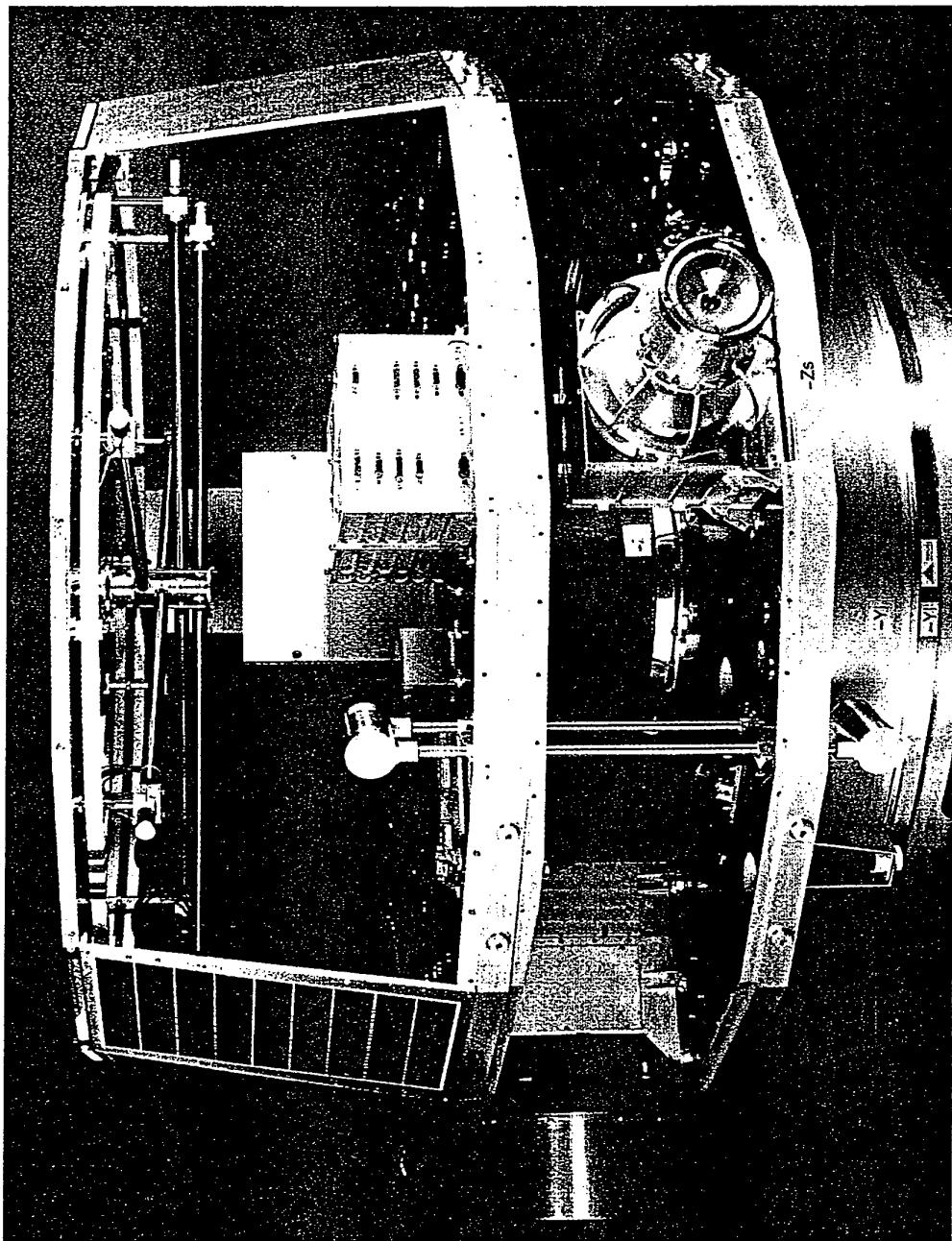
**Bild 32:** Pendelgeometrie

**Bild 33:** Aufzeichnung der Pendelschwingung mit Dämpfergehäuse ohne Flüssigkeit

**Bild 34:** Aufzeichnung der Pendelschwingung mit wassergefülltem Dämpfer

Bild 1a B. Häusler/ W. Eidel

: Der Satellit EQUATOR-S



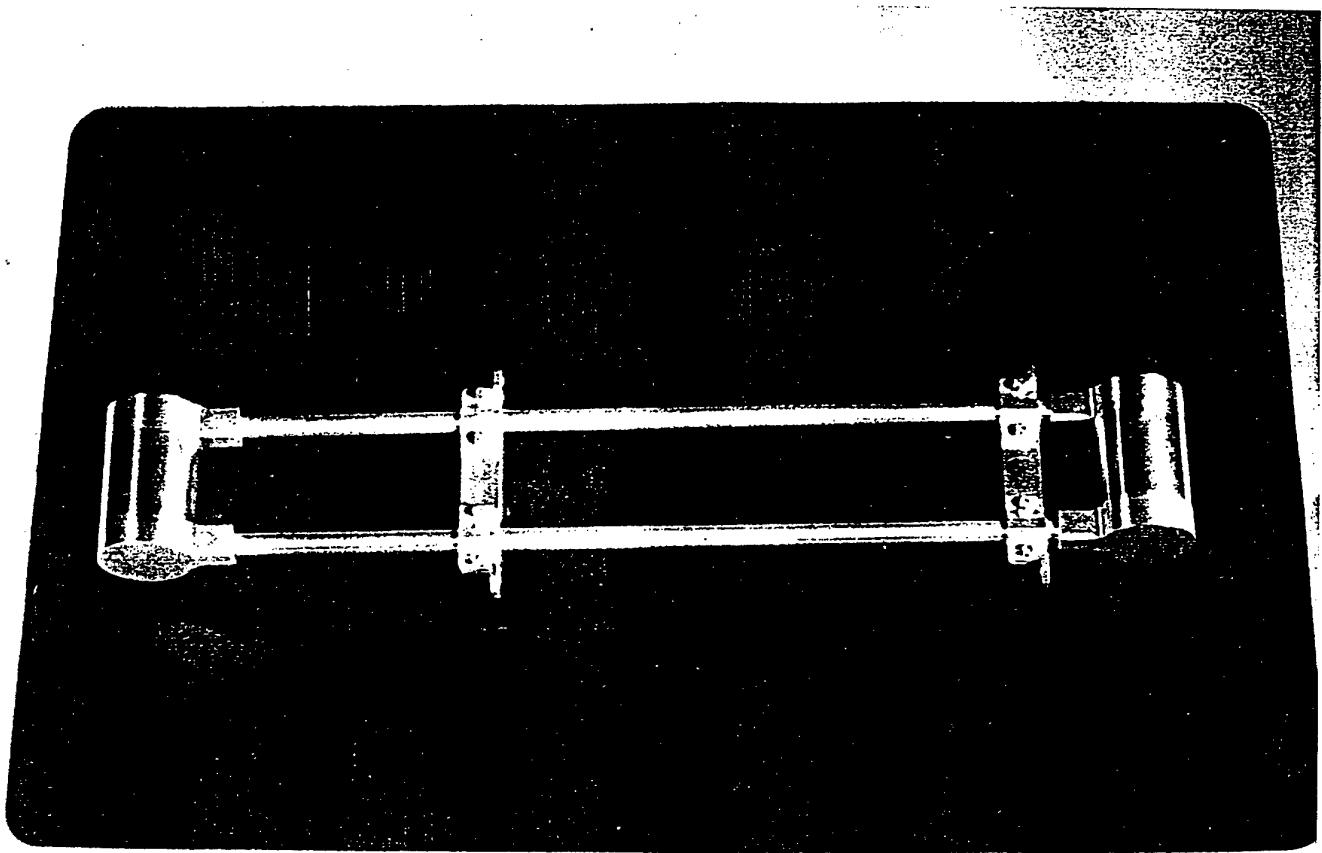


Bild 1b B. Häusler/ W. Eidel

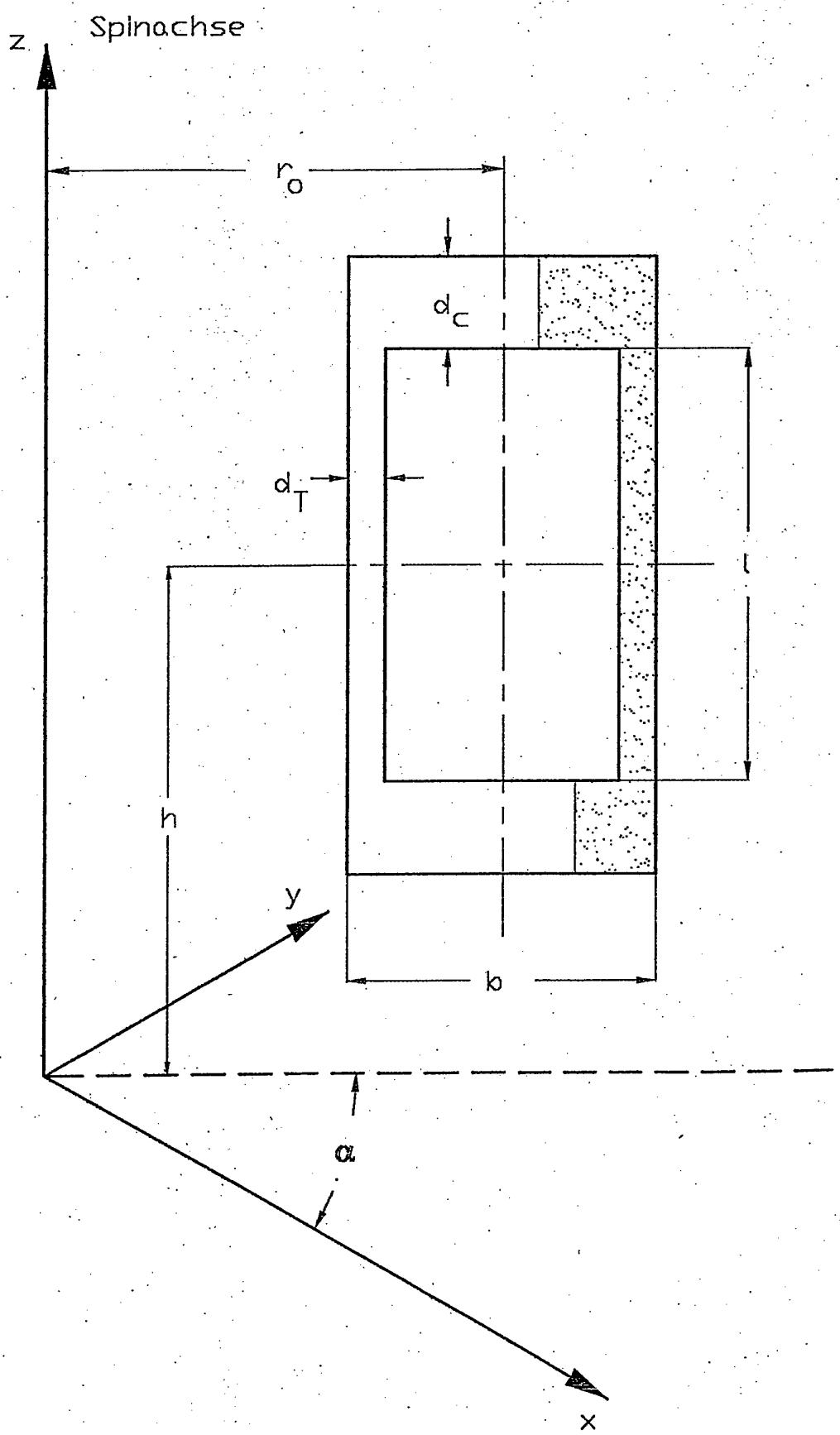


Bild 1c B. Häusler/ W. Eidel

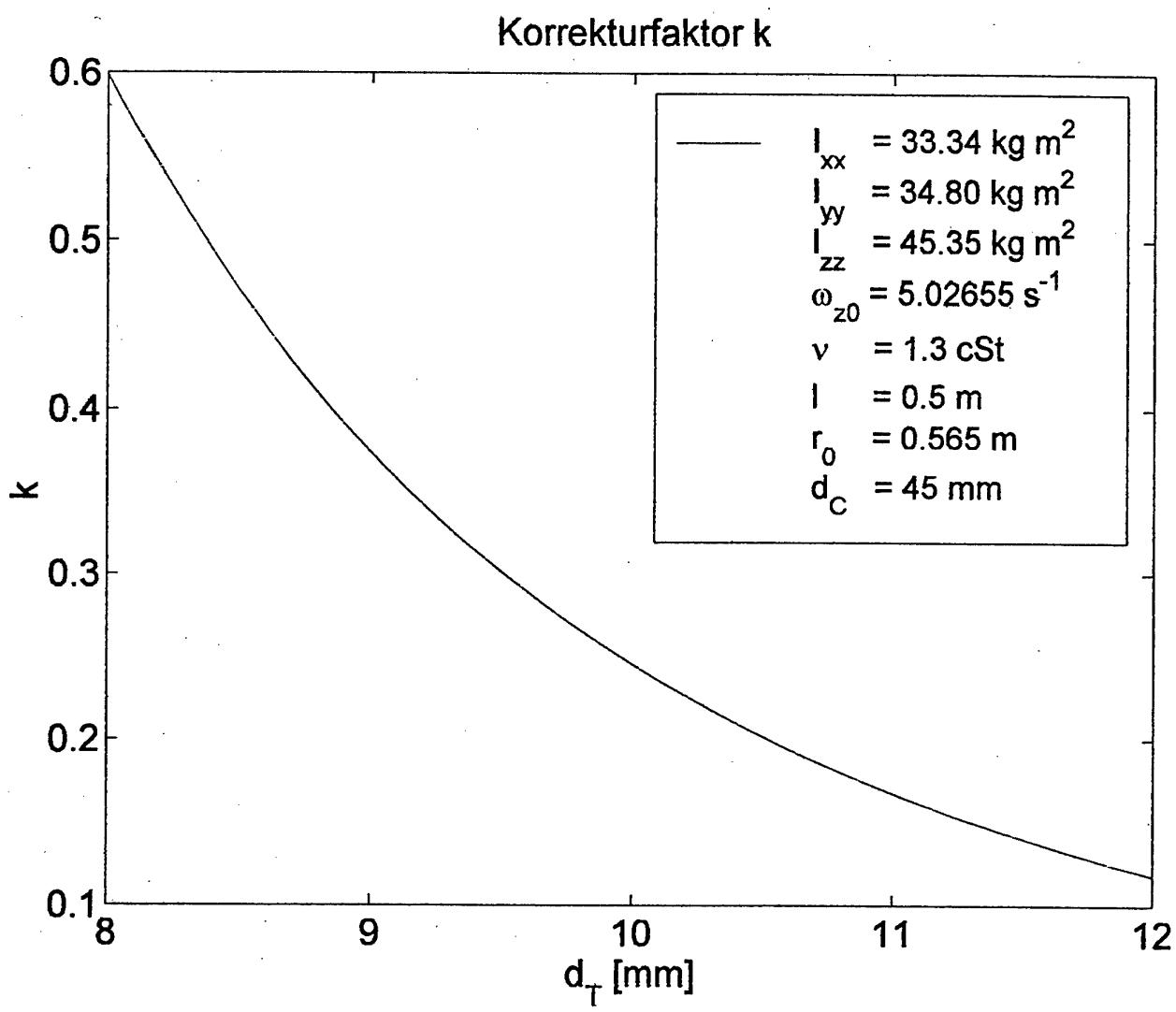


Bild 2 B. Häusler/ W. Eidel

### Korrekturfaktor $k$

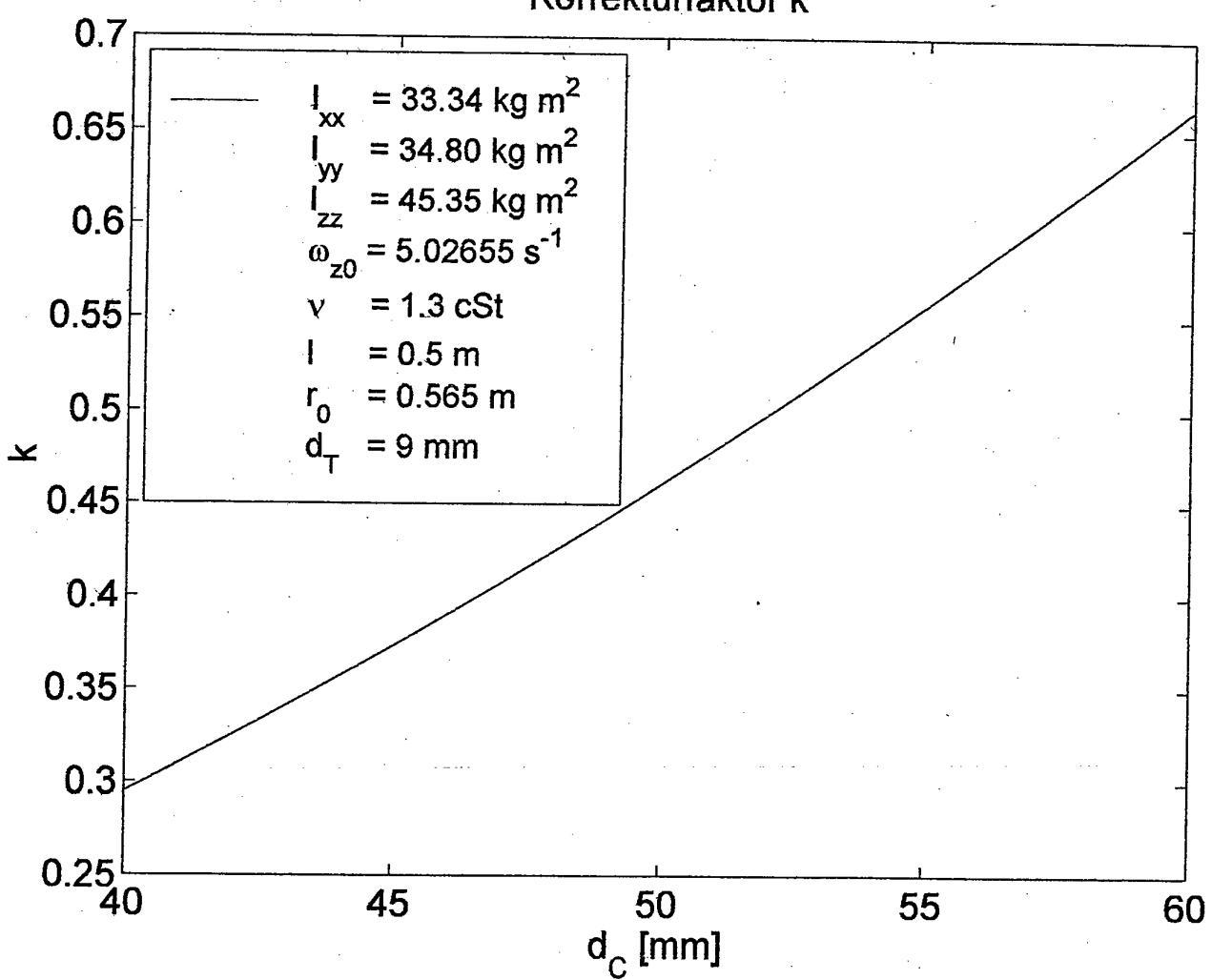


Bild 3 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

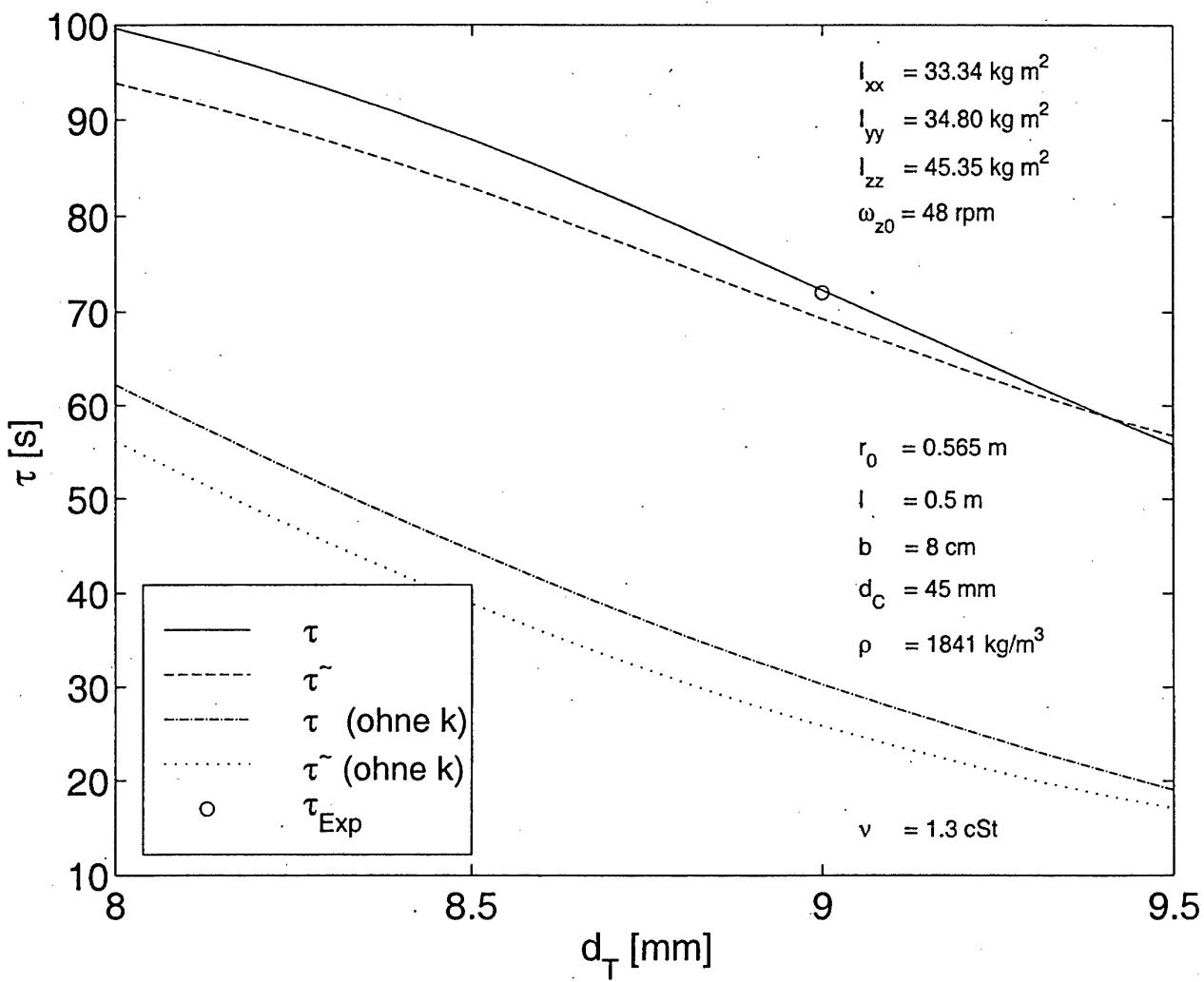


Bild 4 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

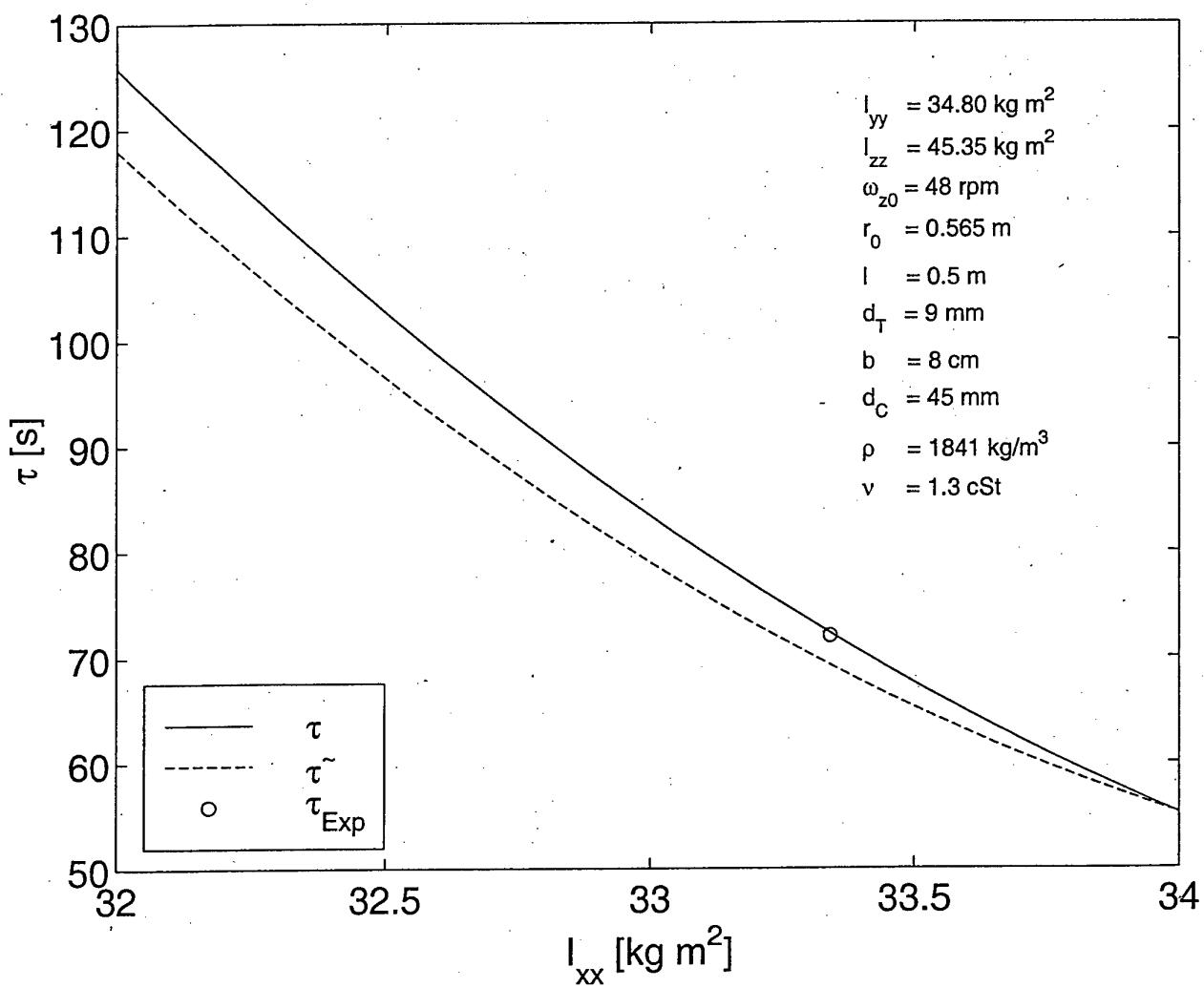


Bild 5 B. Häusler/ W. Eidel

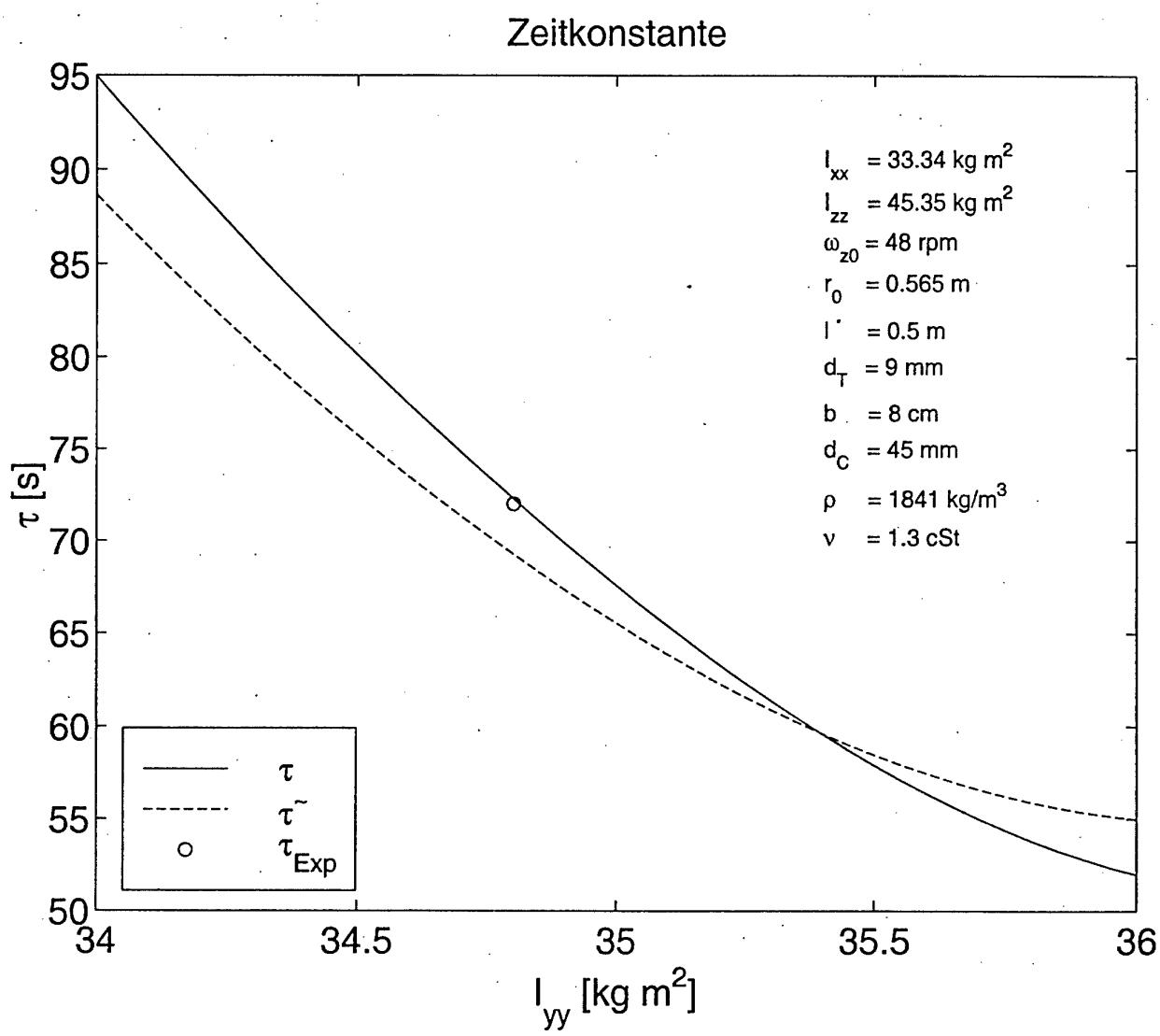


Bild 6 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

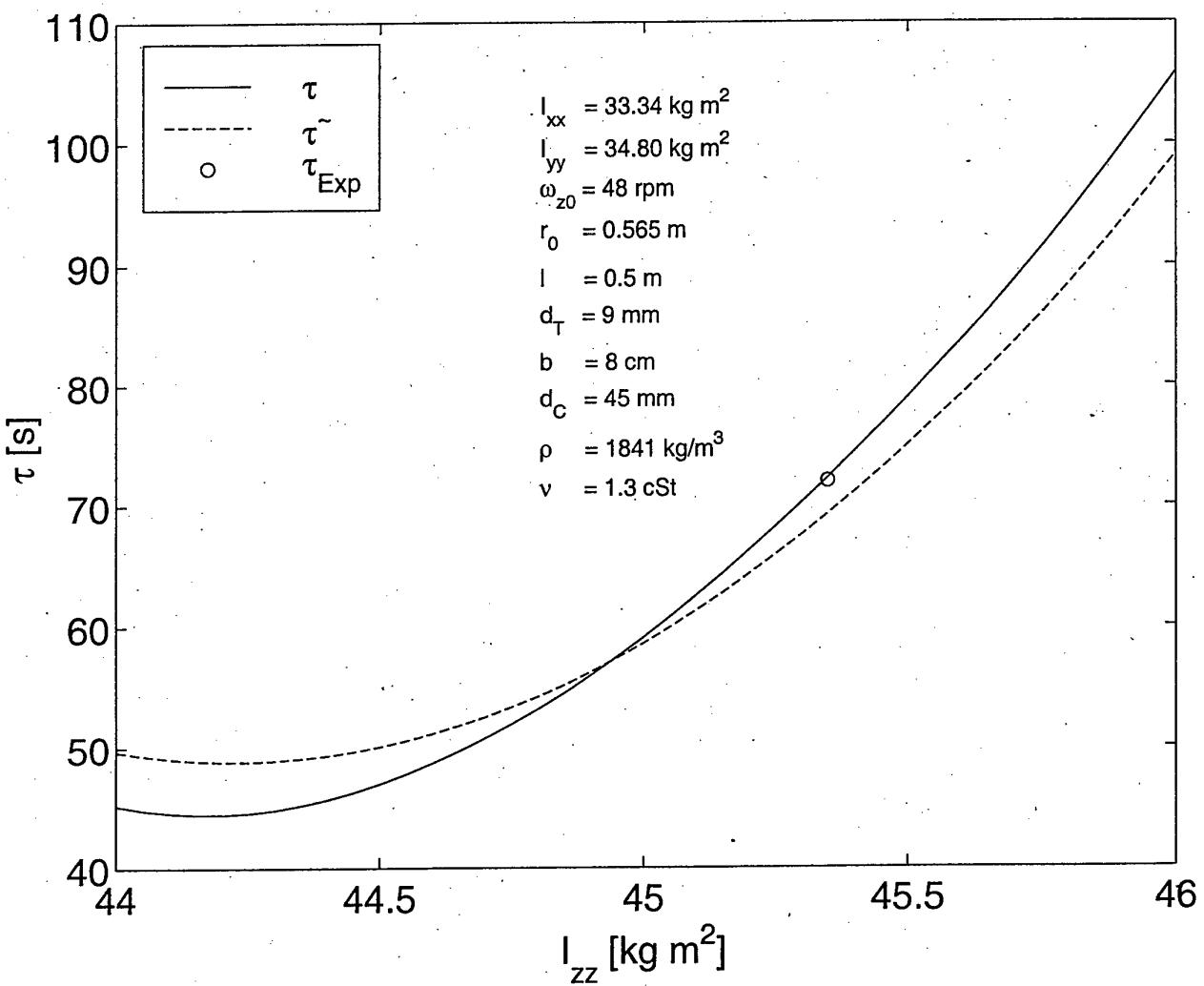


Bild 7 B. Häusler/ W. Eidel

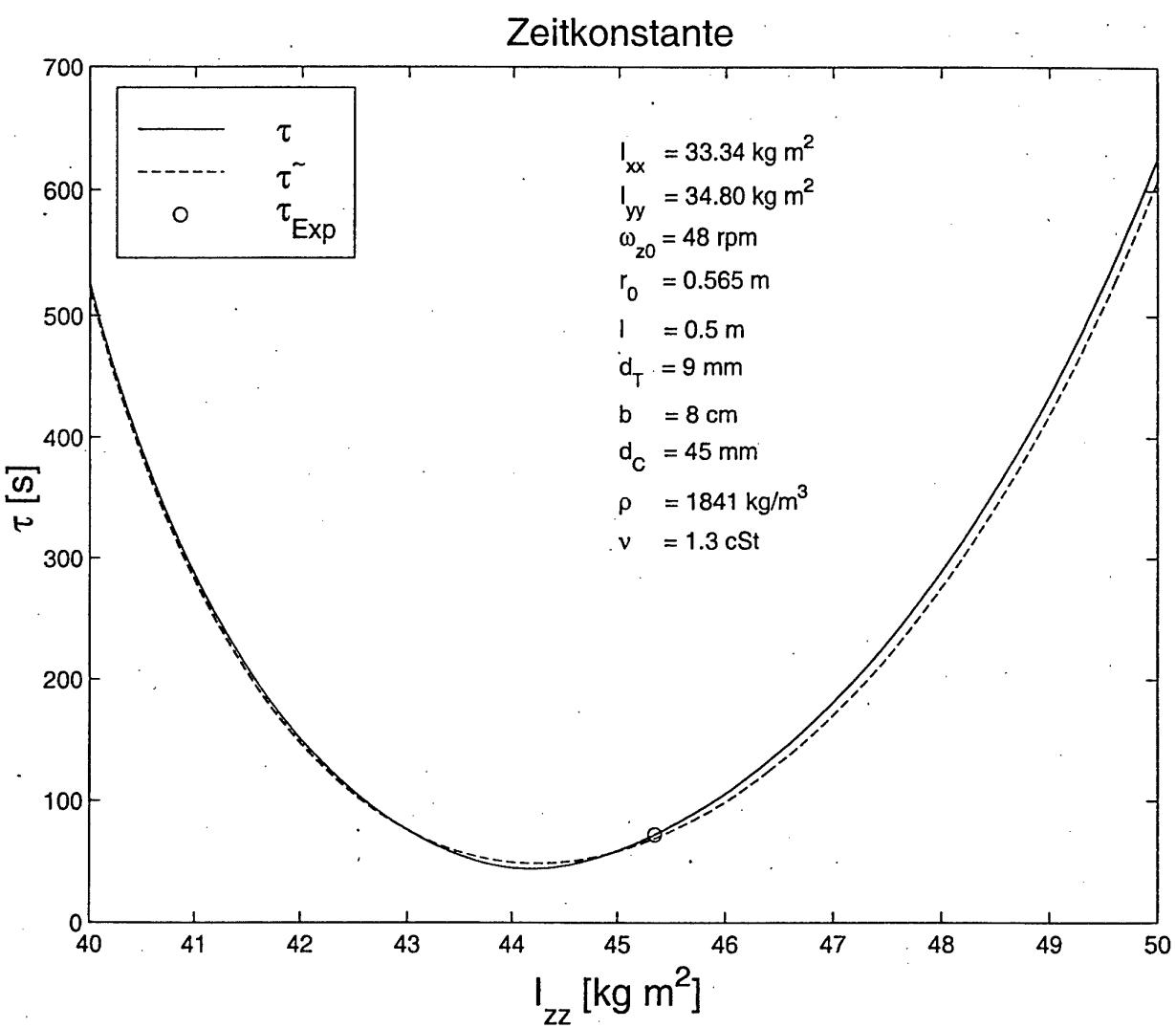


Bild 8 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

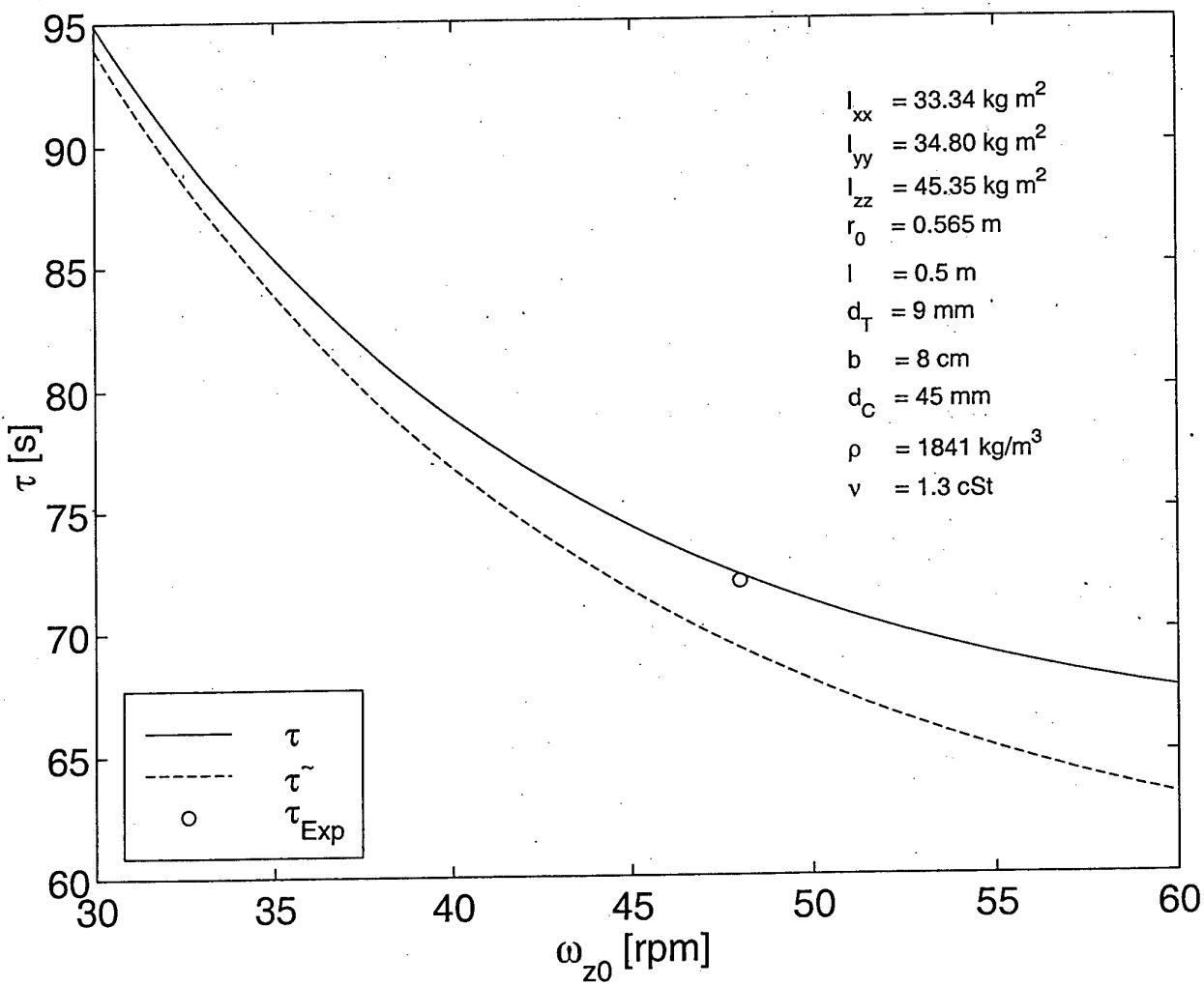


Bild 9 B. Häusler/ W. Eidel

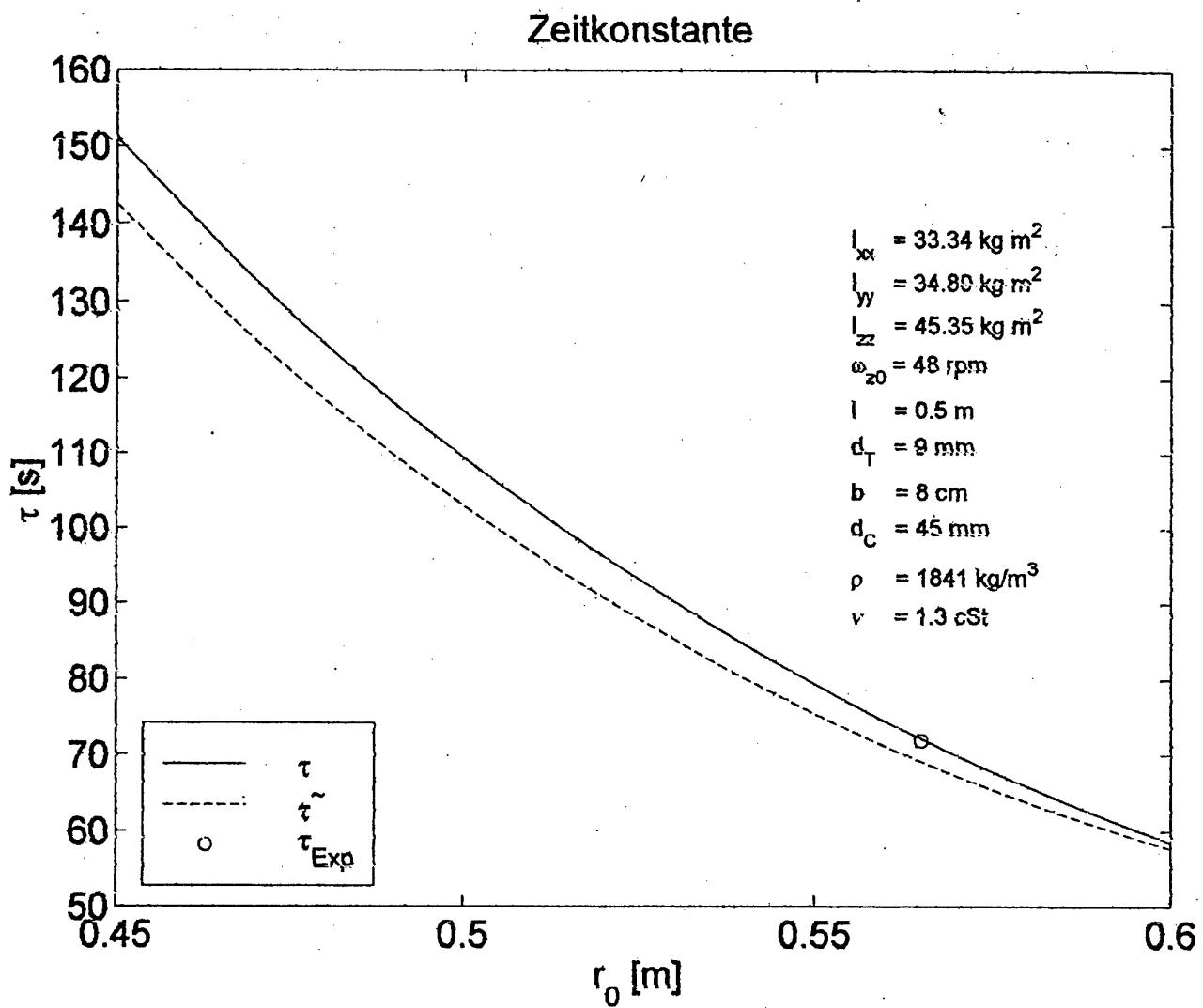


Bild 10 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

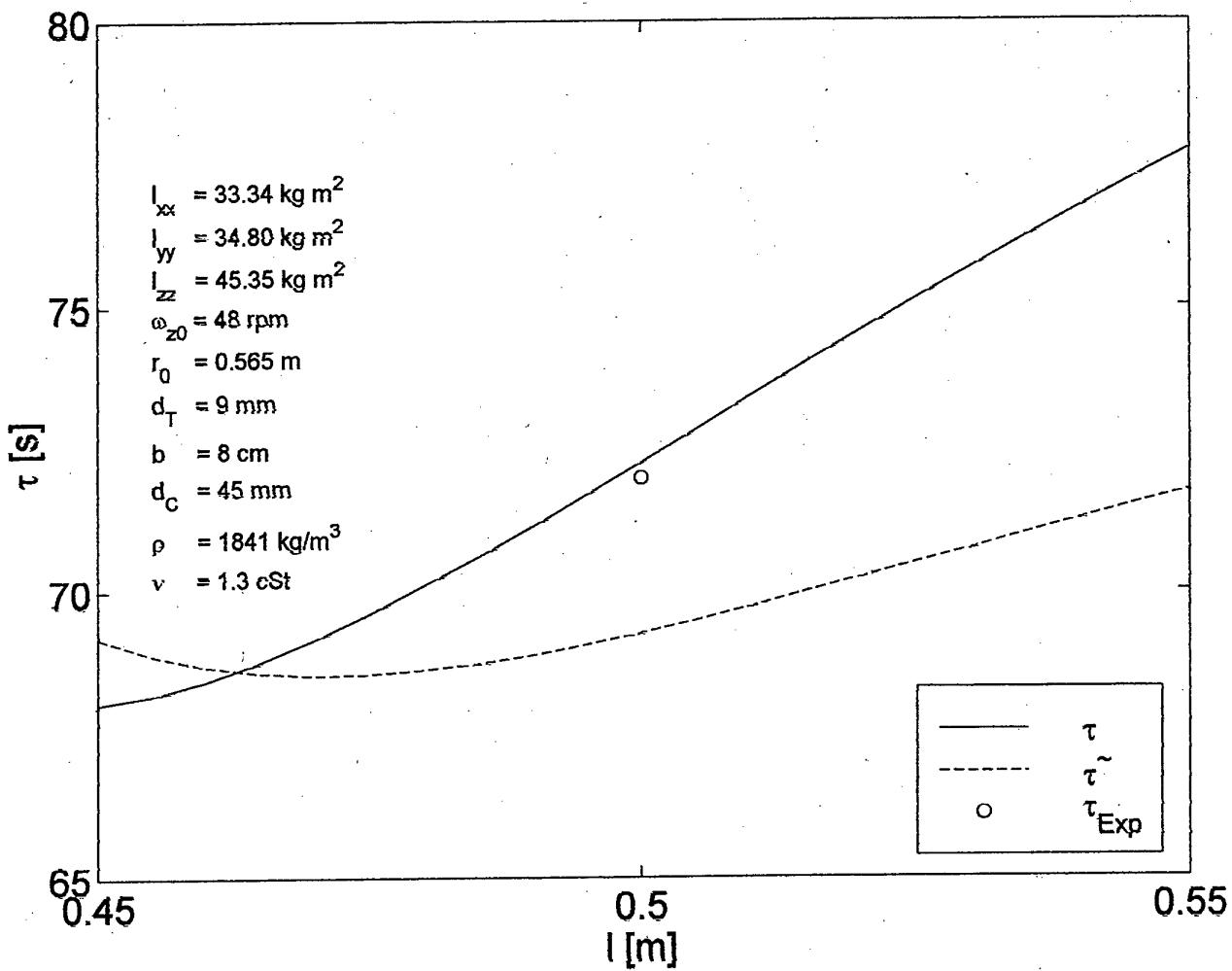


Bild 11 B. Häusler/ W. Eidel

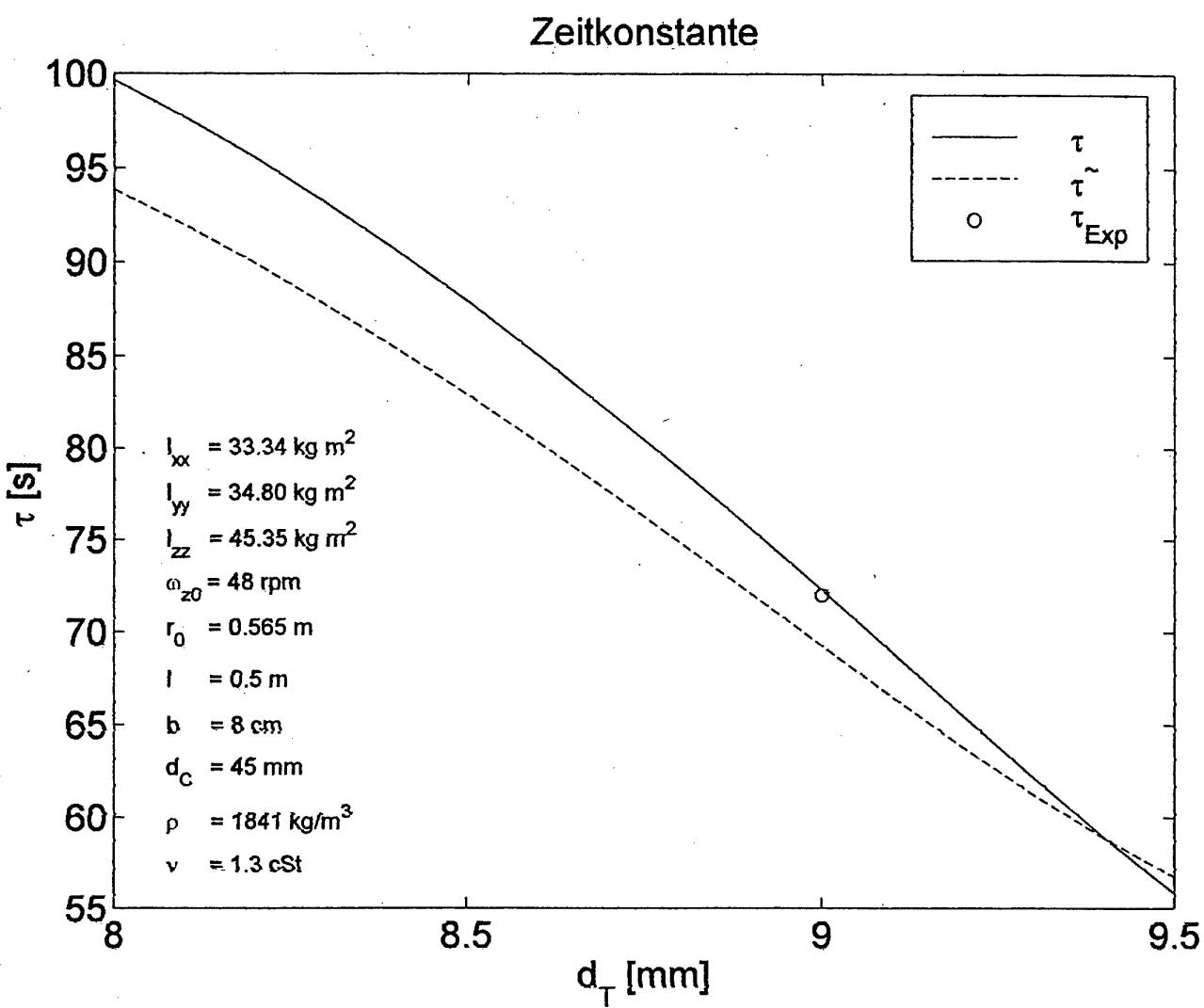


Bild 12 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

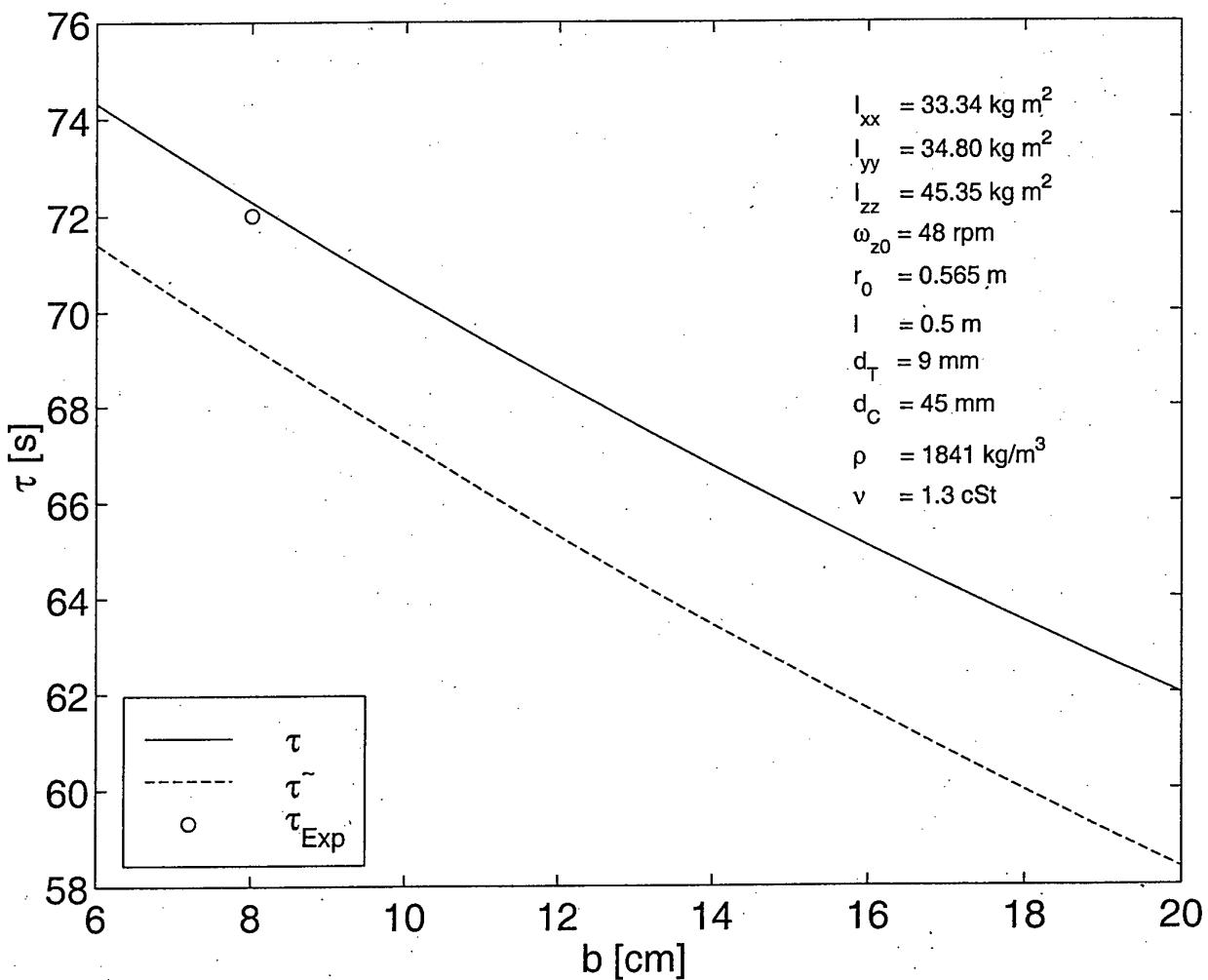


Bild 13 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

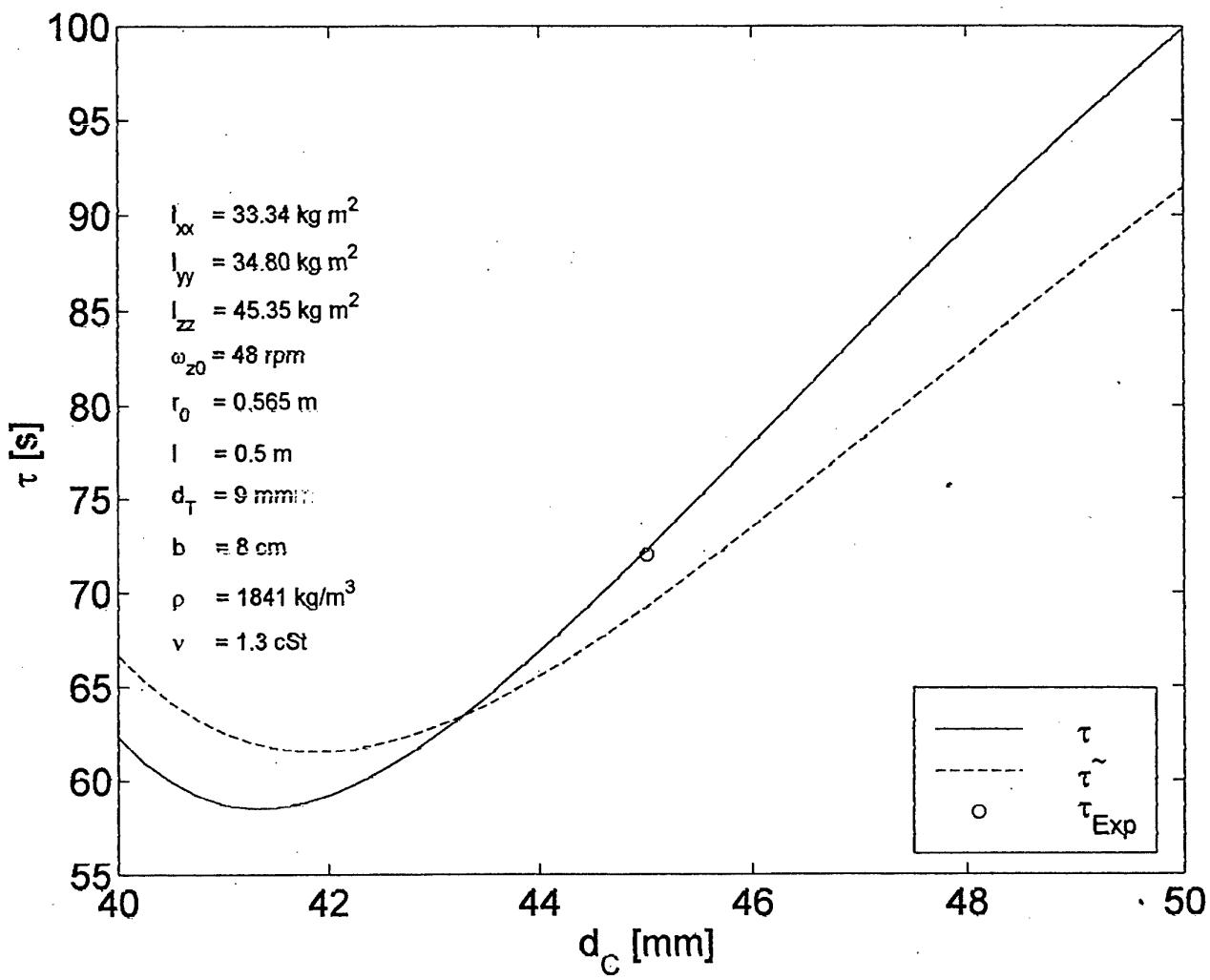


Bild 14 B. Häusler/ W. Eidel

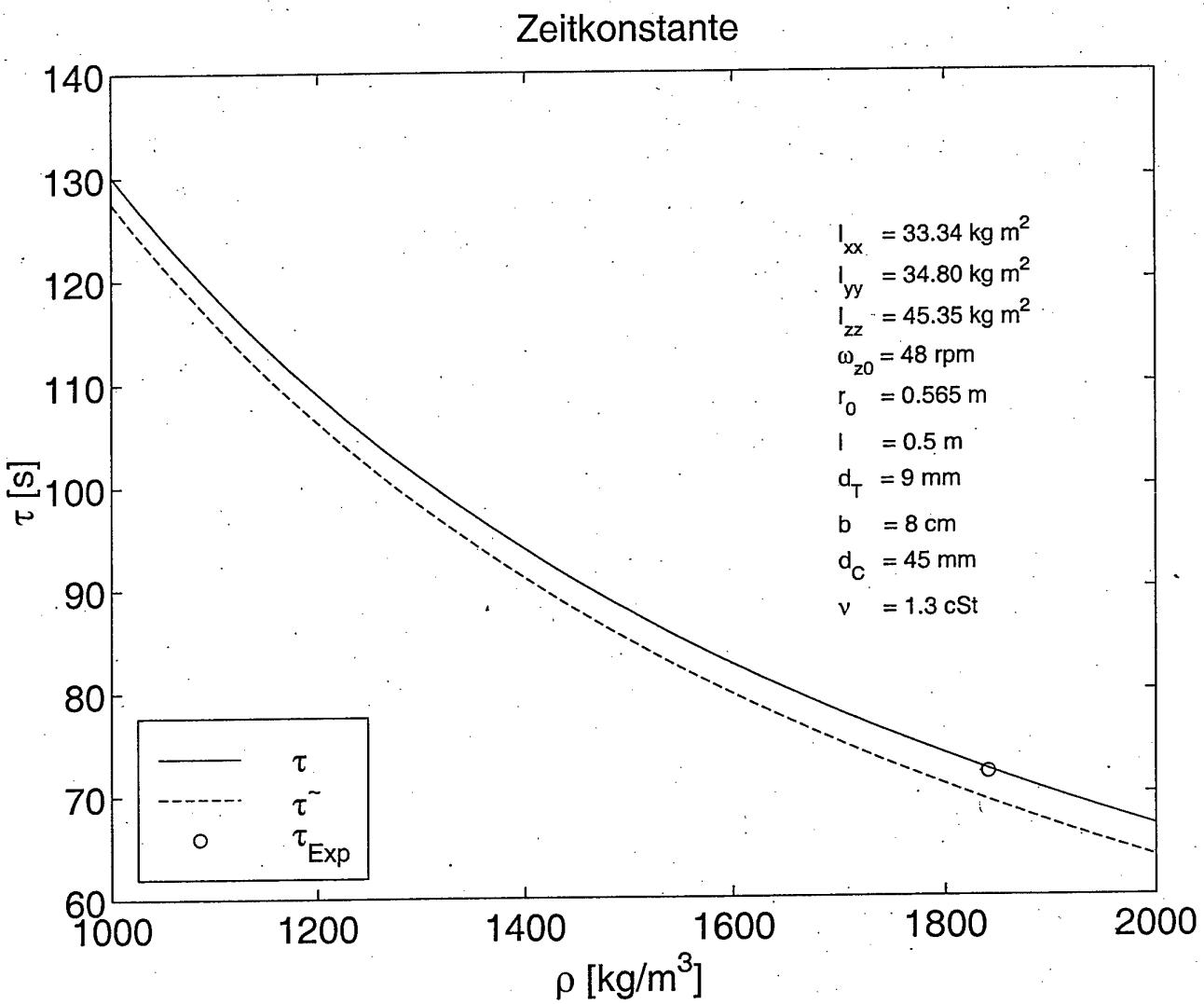


Bild 15 B. Häusler/ W. Eidel

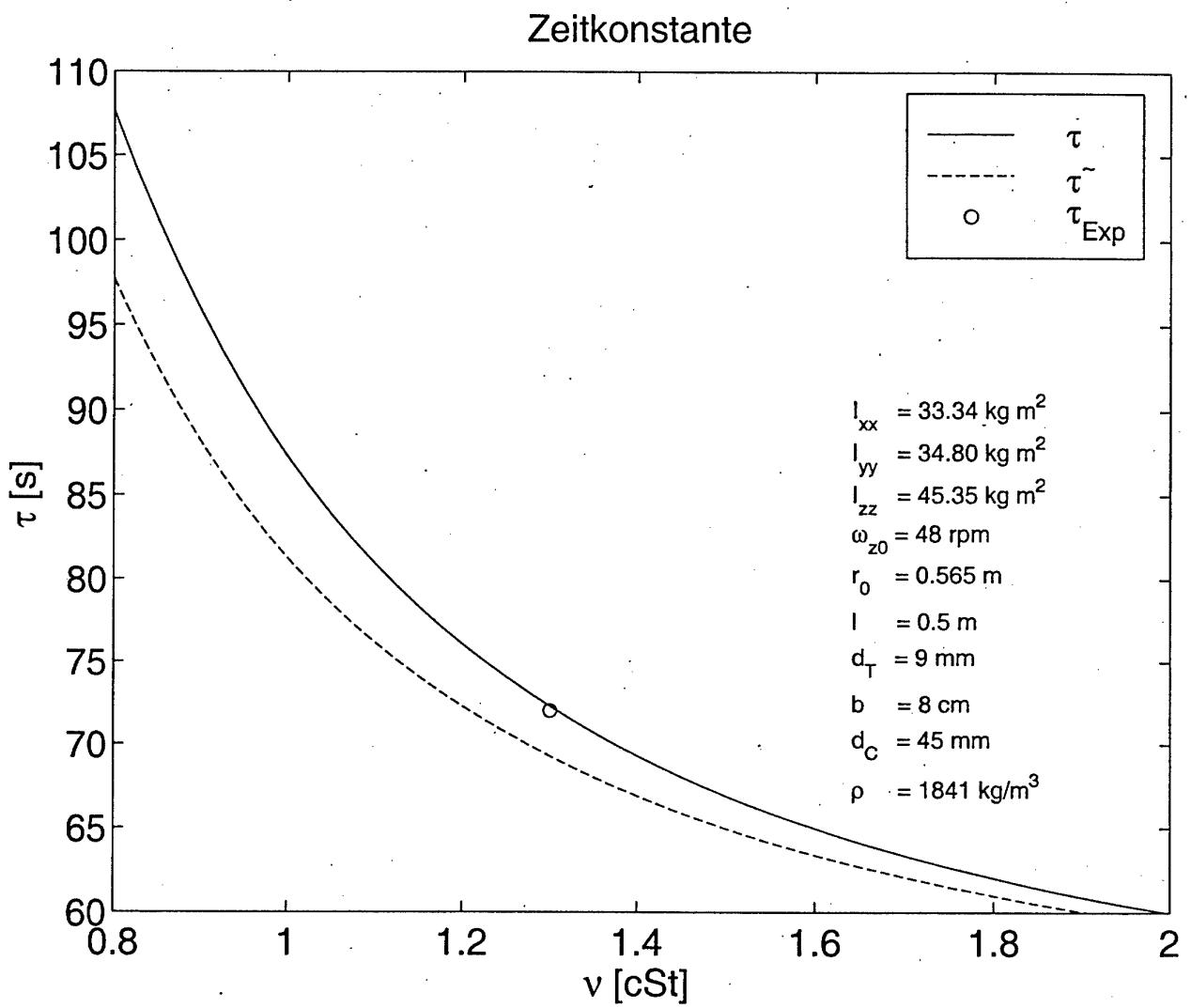


Bild 16 B. Häusler/ W. Eidel

### Korrekturfaktor $k$

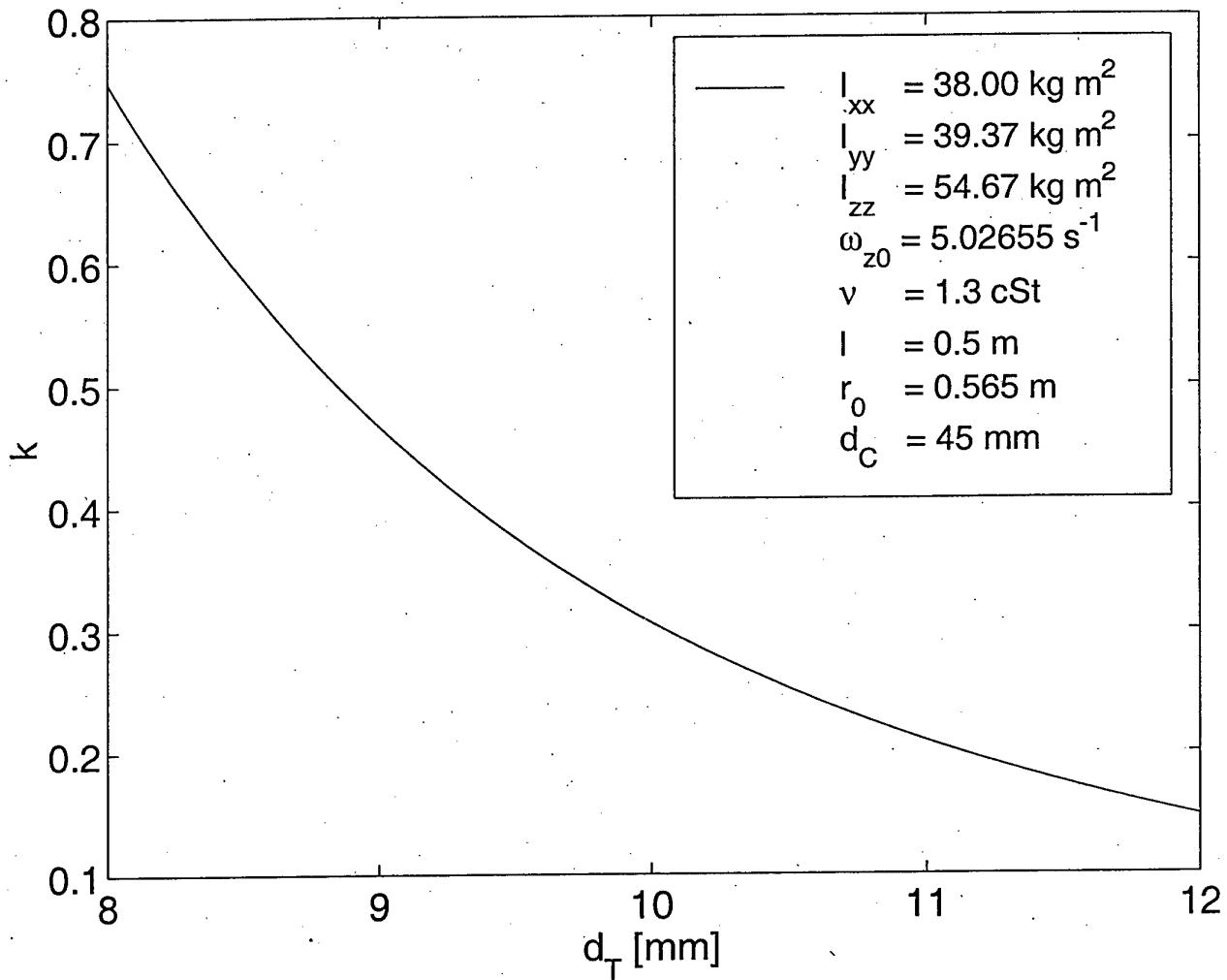


Bild 17 B. Häusler/ W. Eidel

### Korrekturfaktor $k$

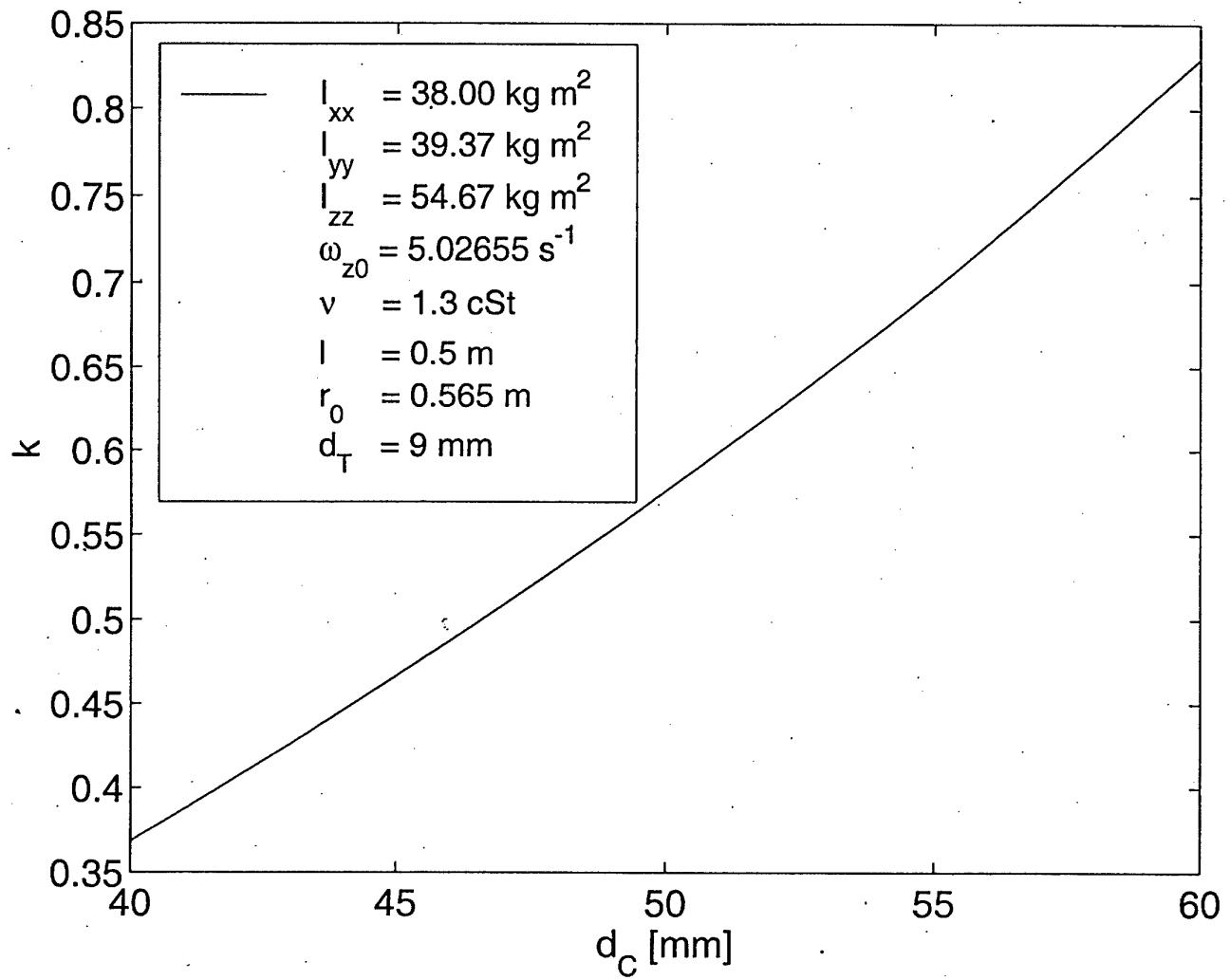


Bild 18 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

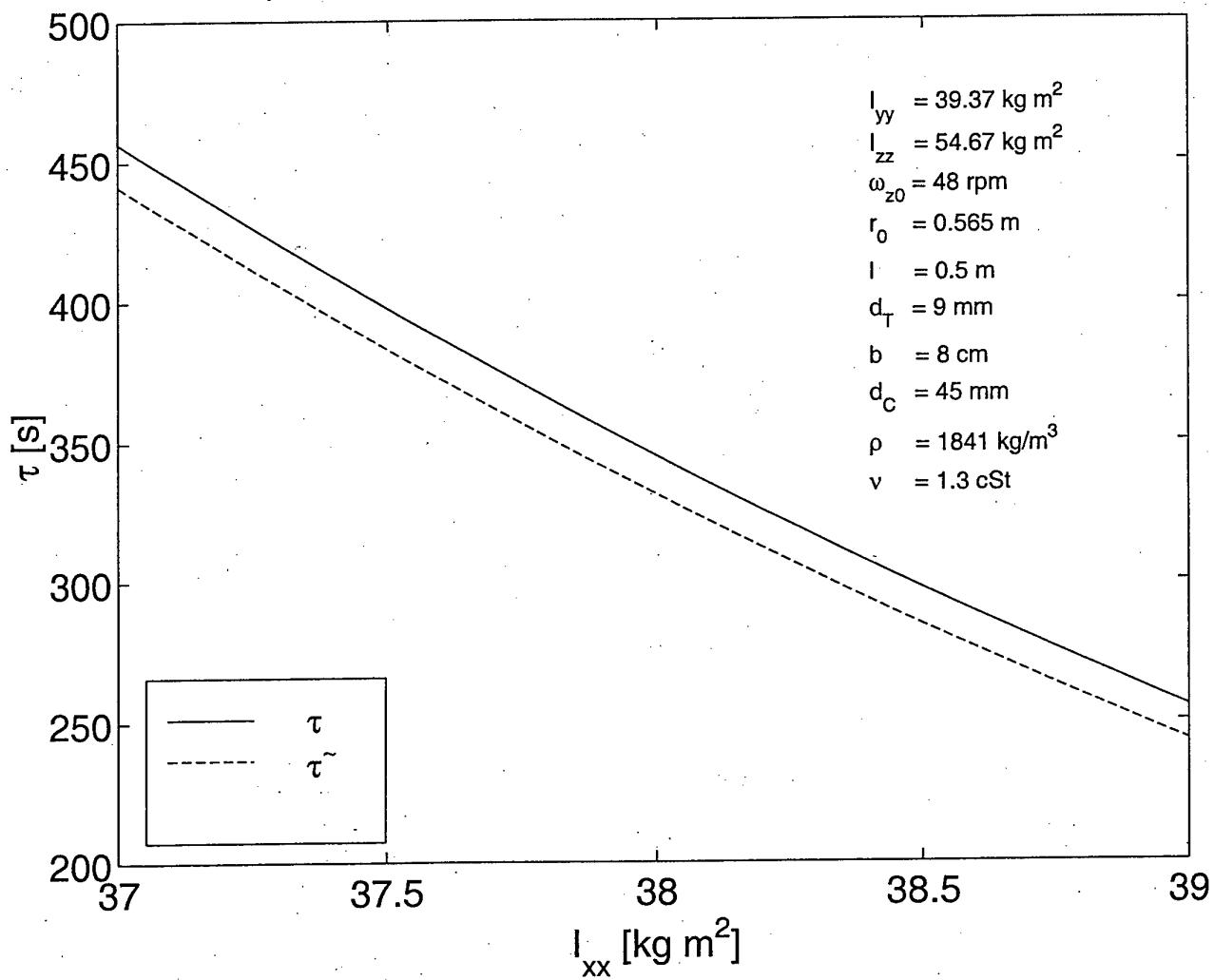


Bild 19 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

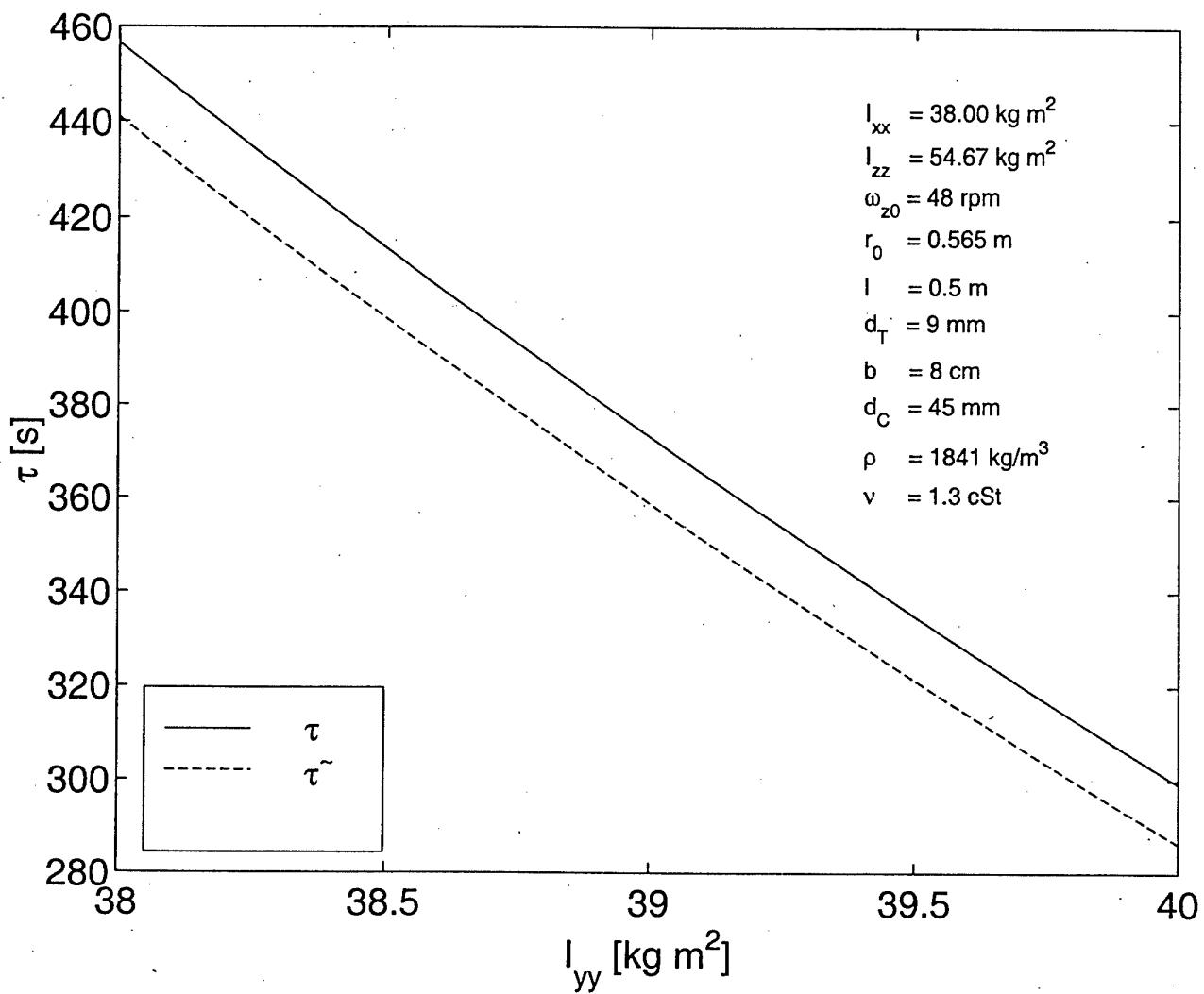


Bild 20 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

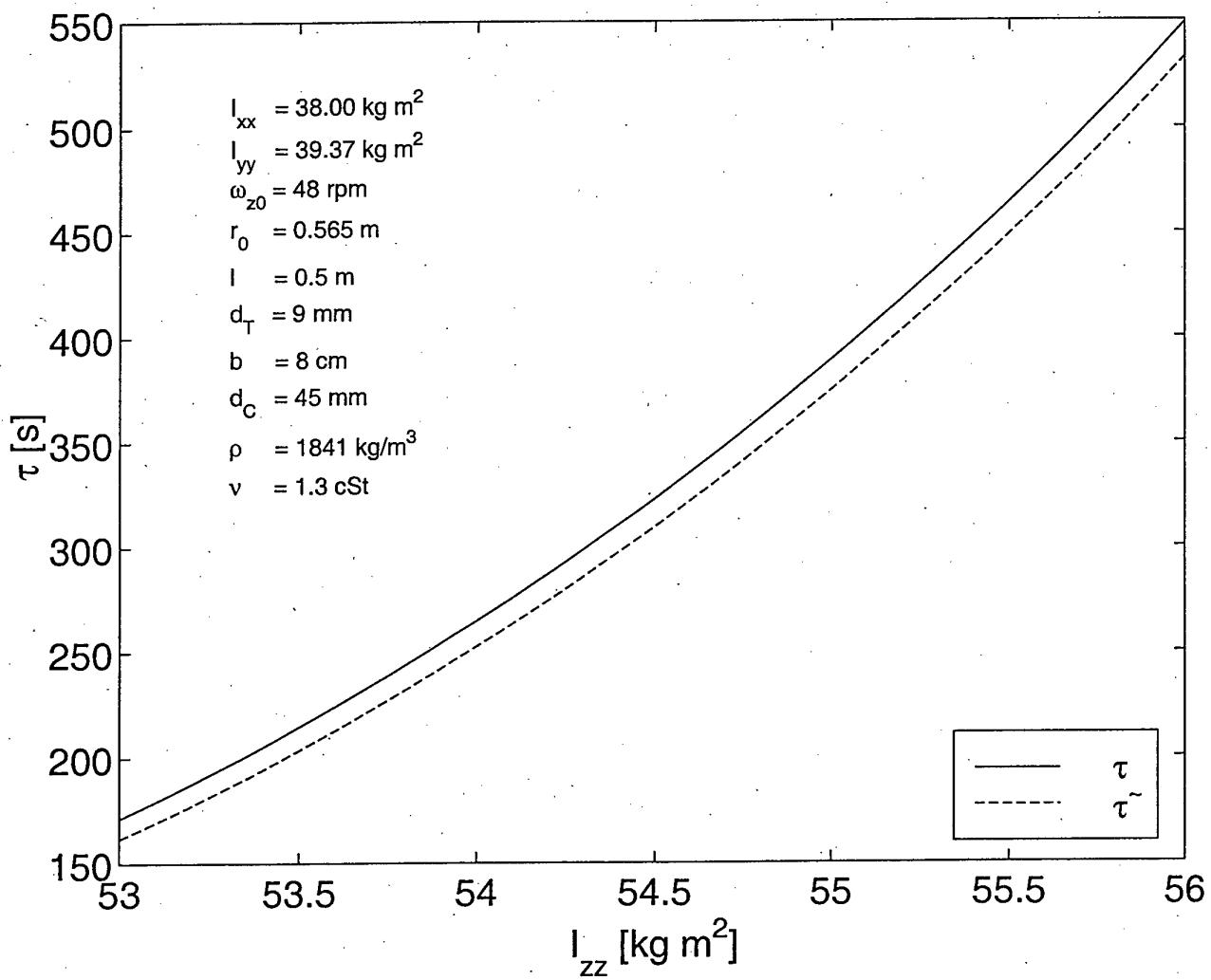


Bild 21 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

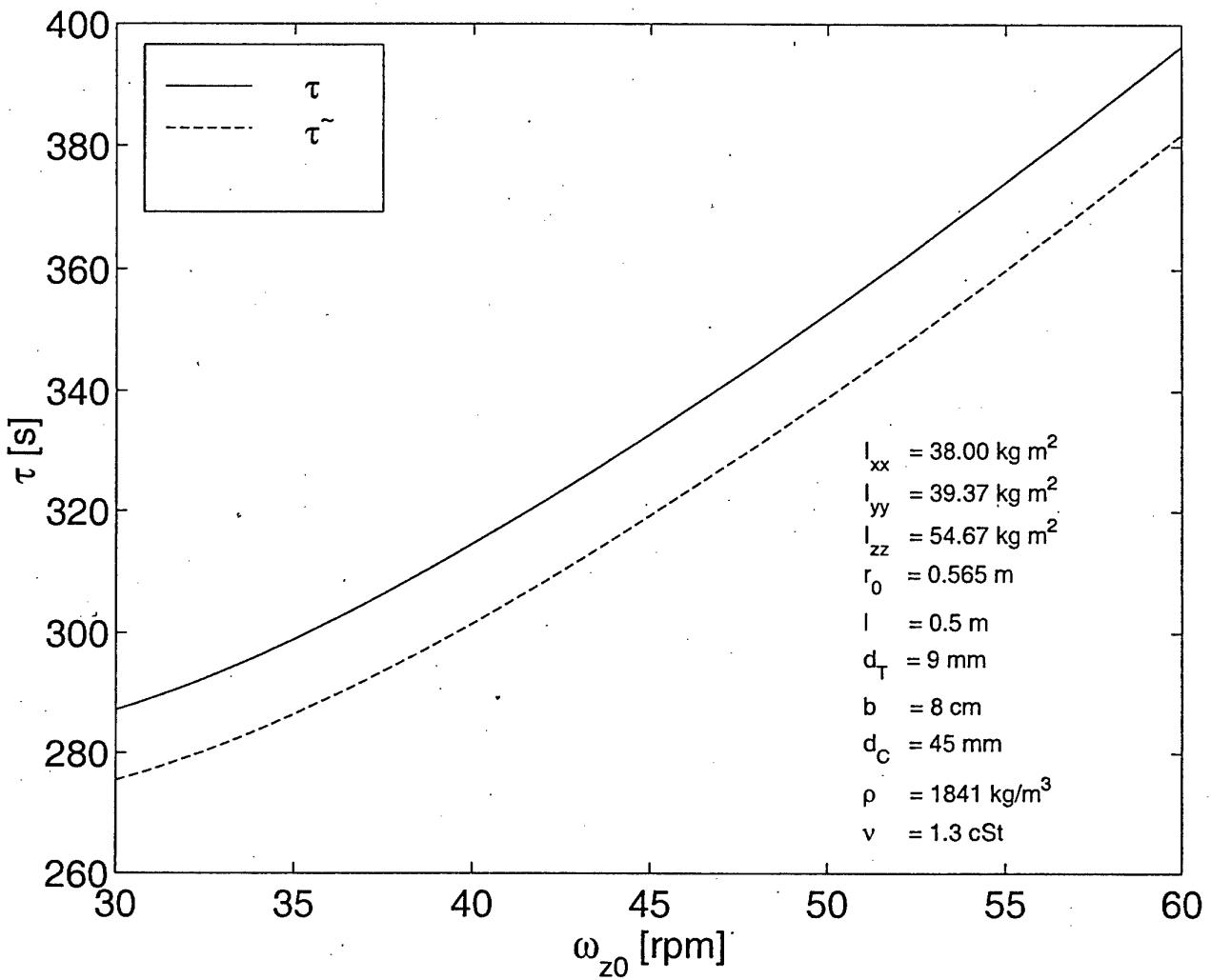


Bild 22 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

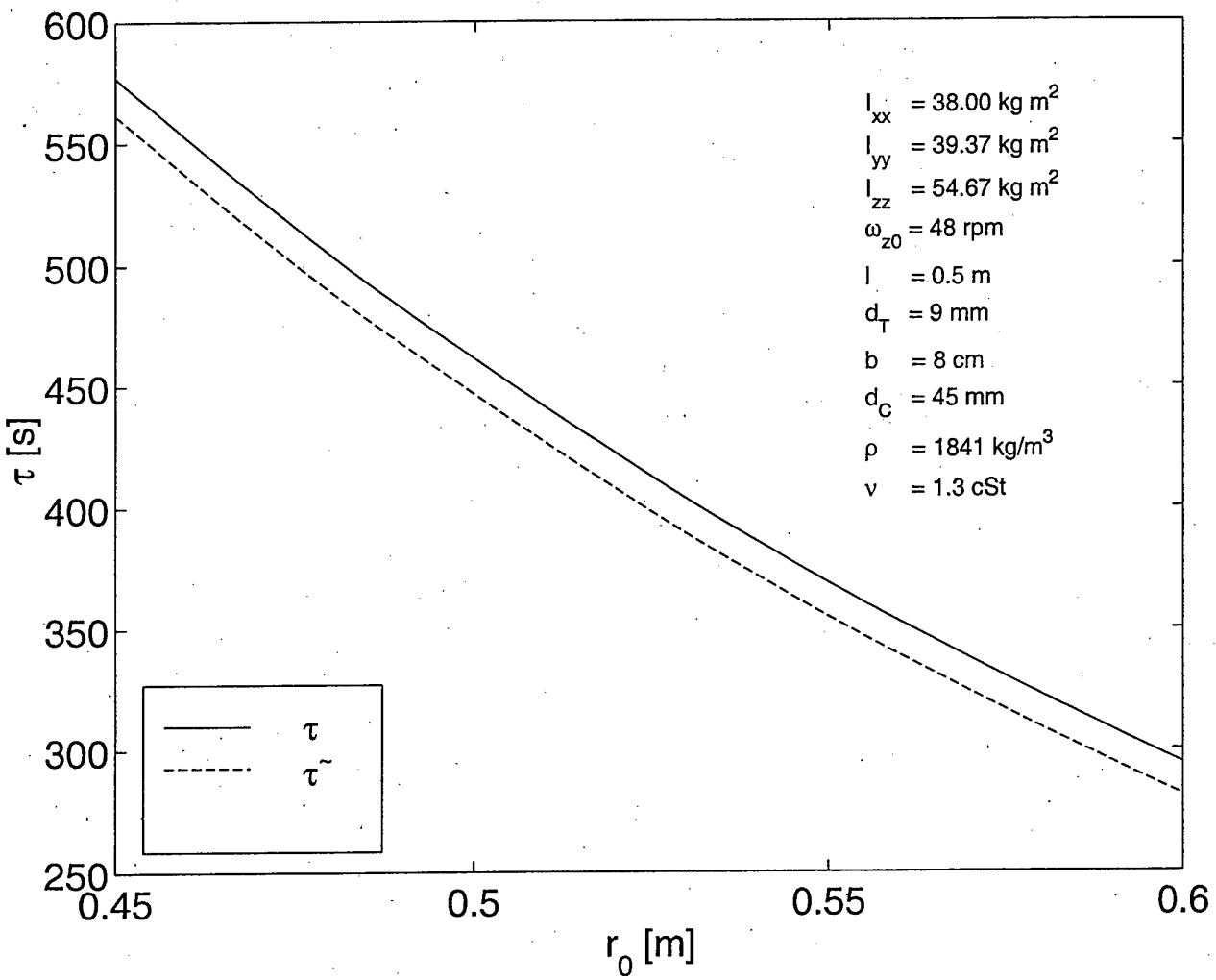


Bild 23 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

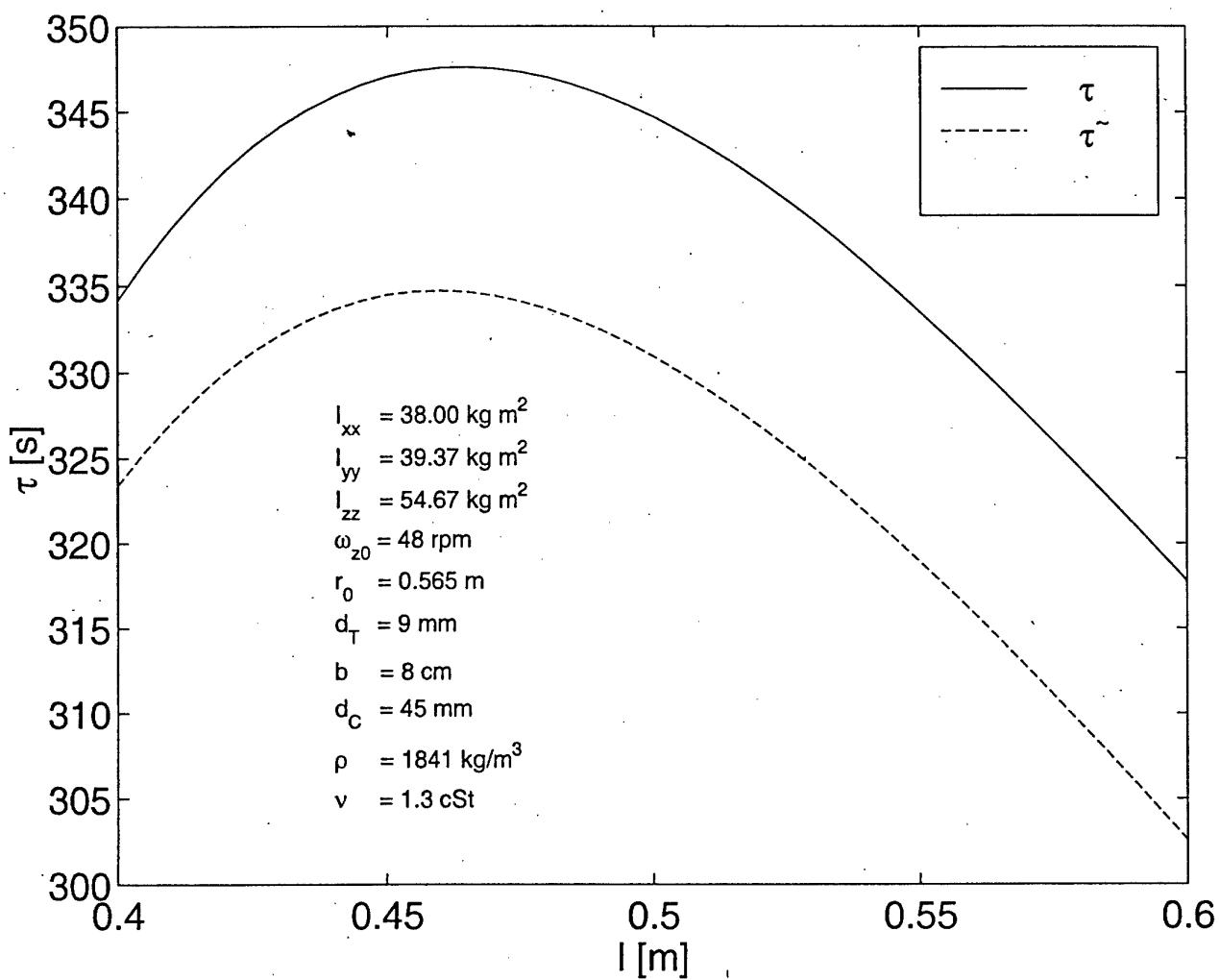


Bild 24 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

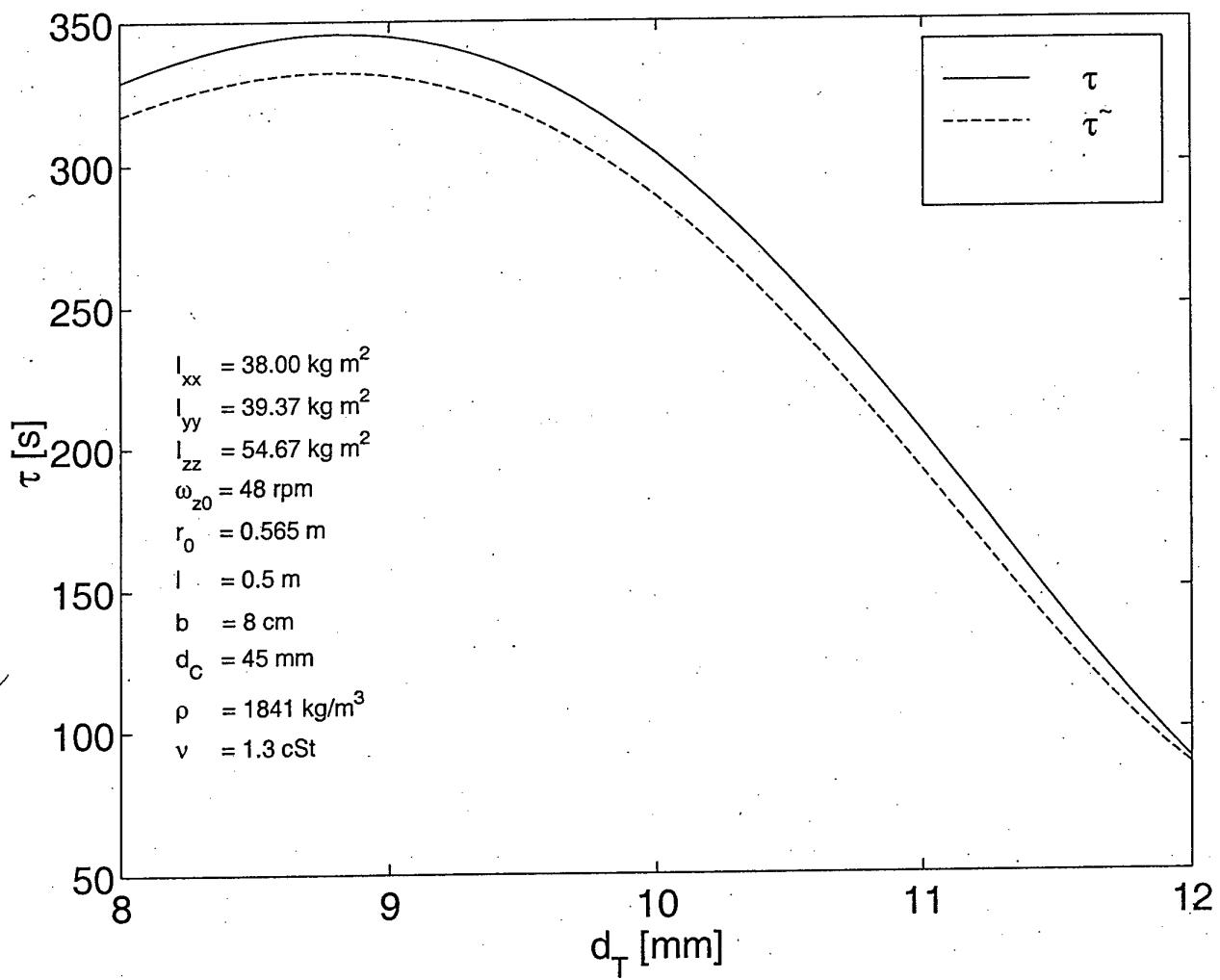


Bild 25 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

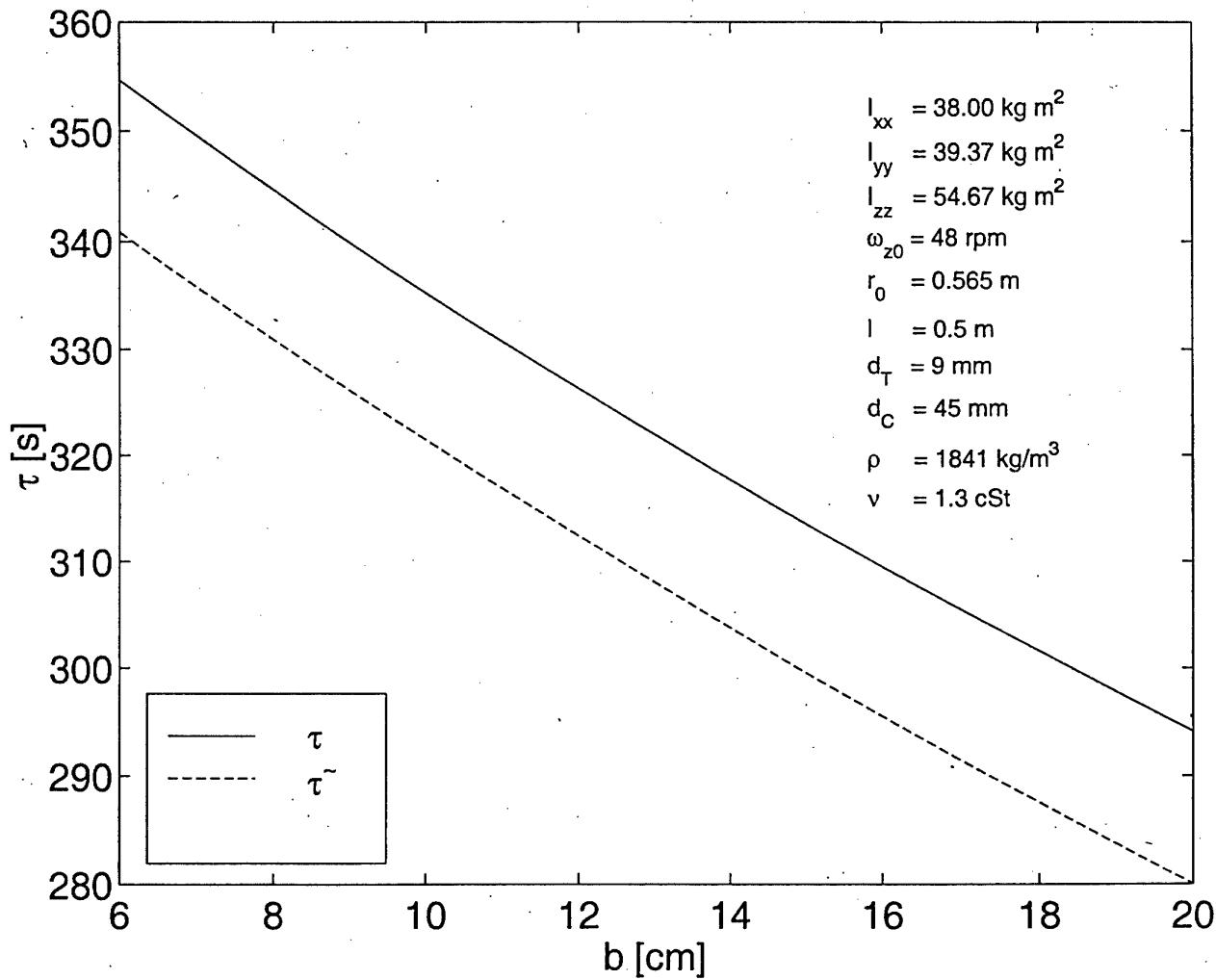


Bild 26 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

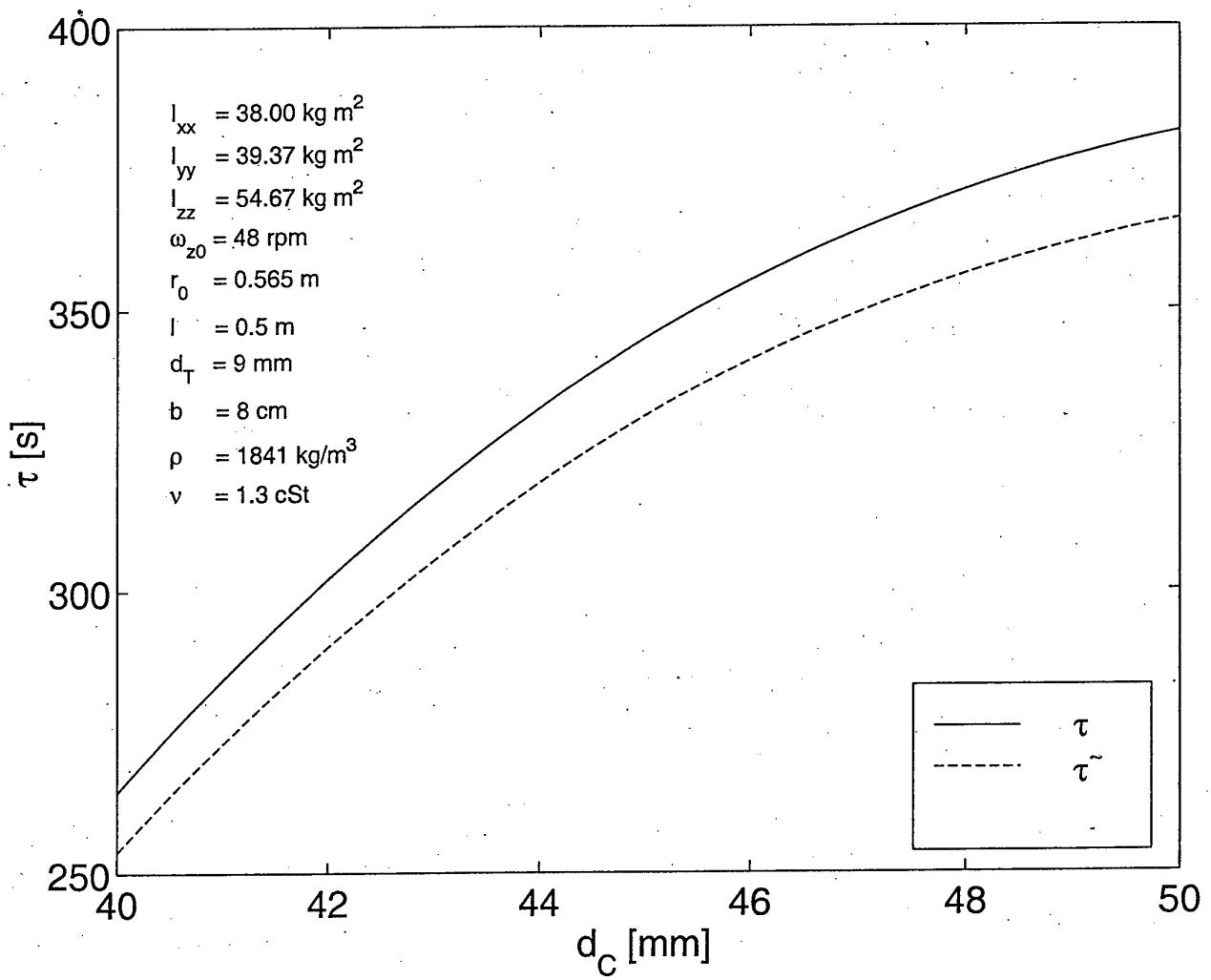


Bild 27 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

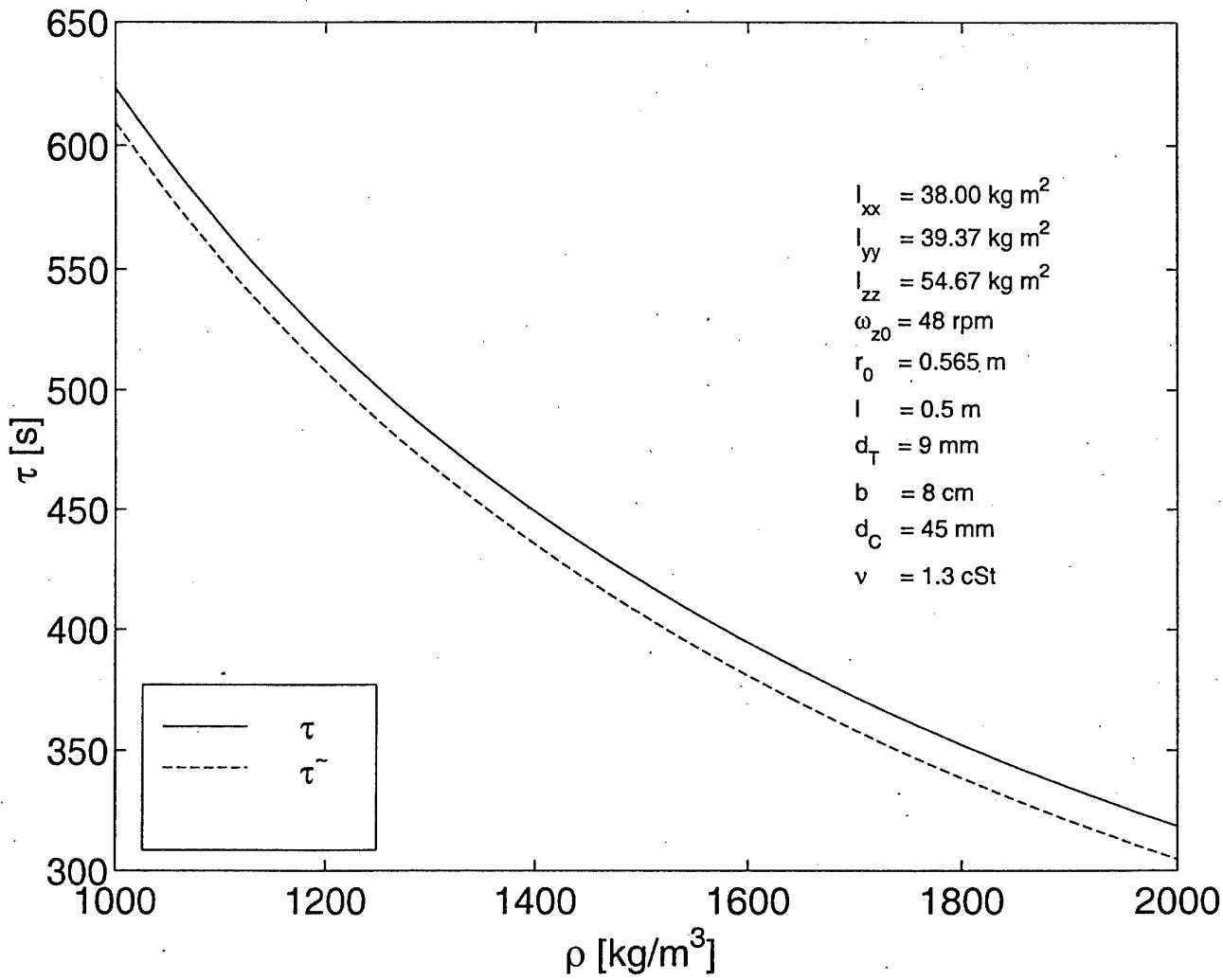


Bild 28 B. Häusler/ W. Eidel

### Zeitkonstante

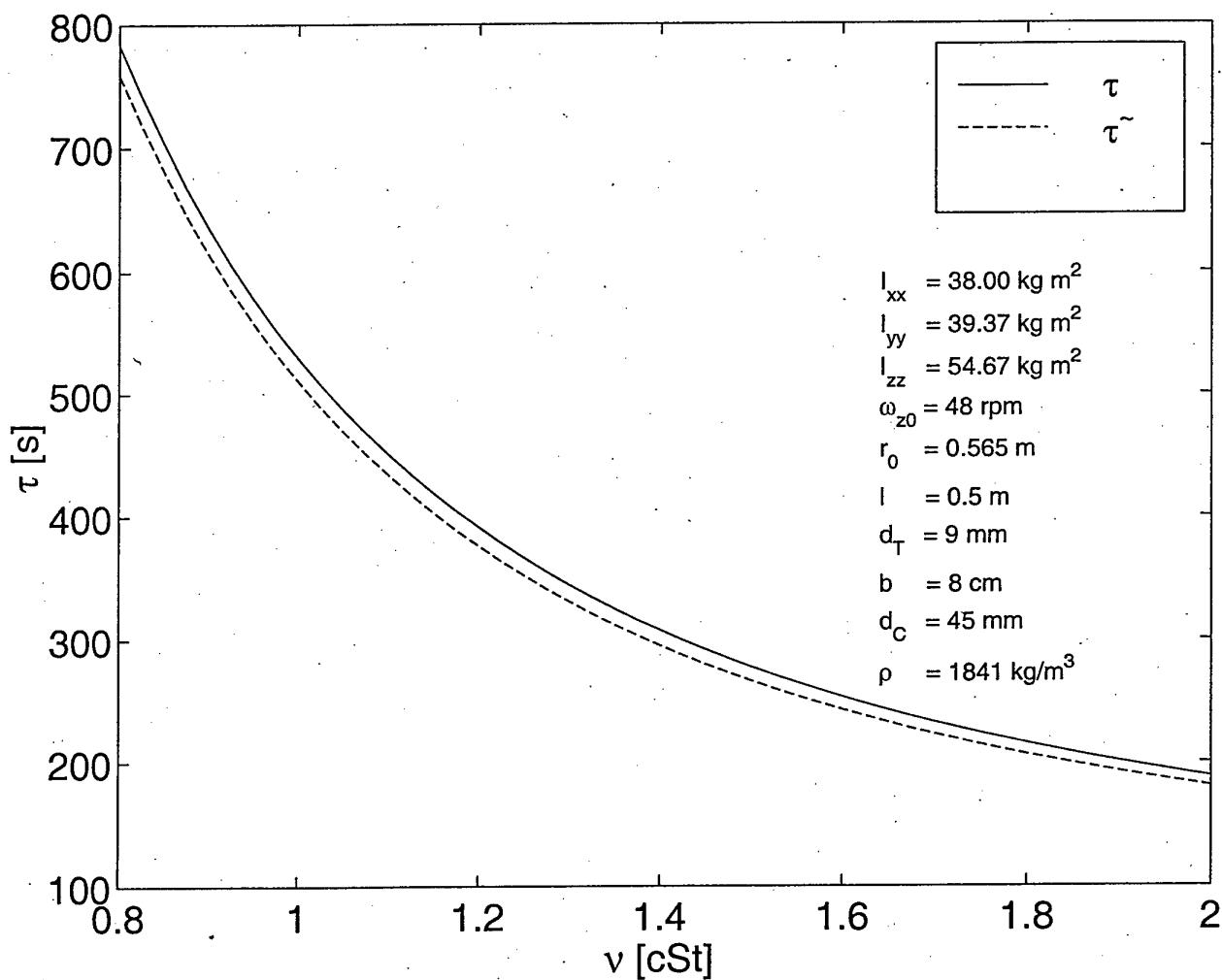


Bild 29 B. Häusler/ W. Eidel

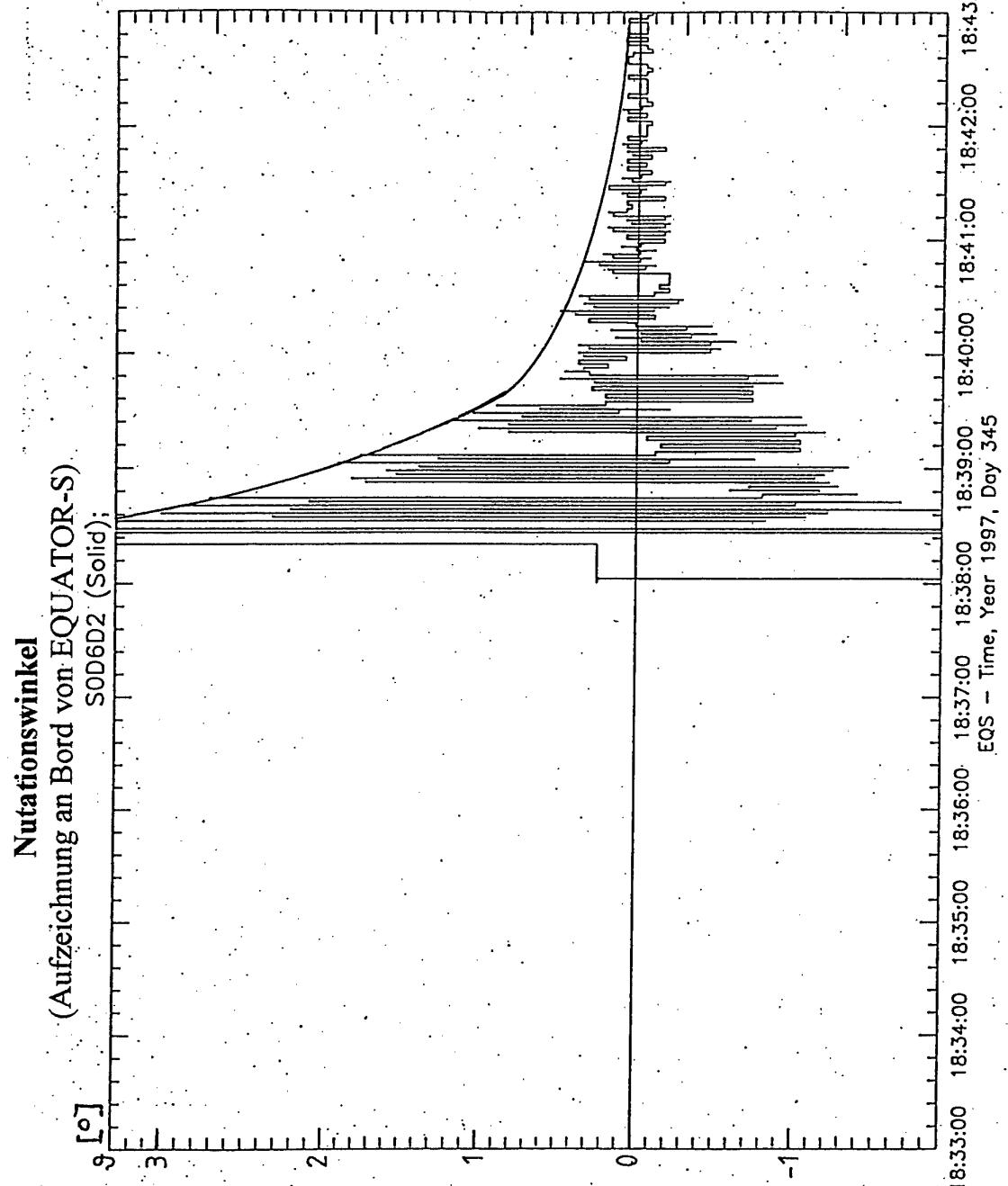


Bild 30 B. Häusler/ W. Eidel

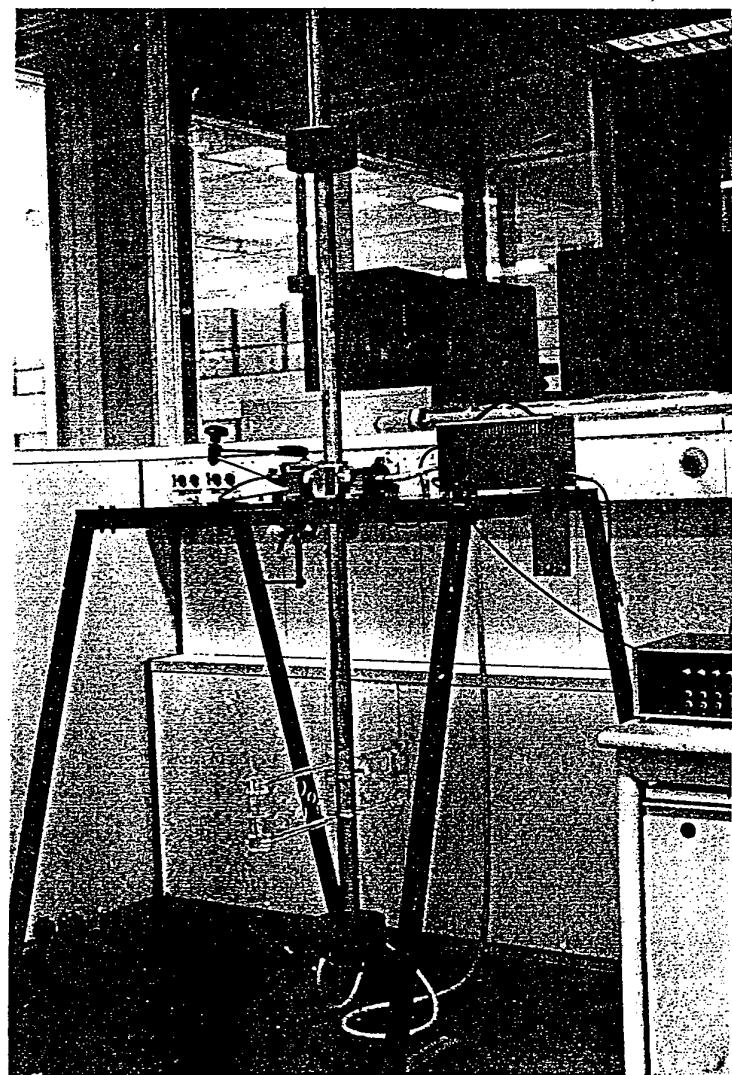


Bild 31a B. Häusler/ W. Eidel

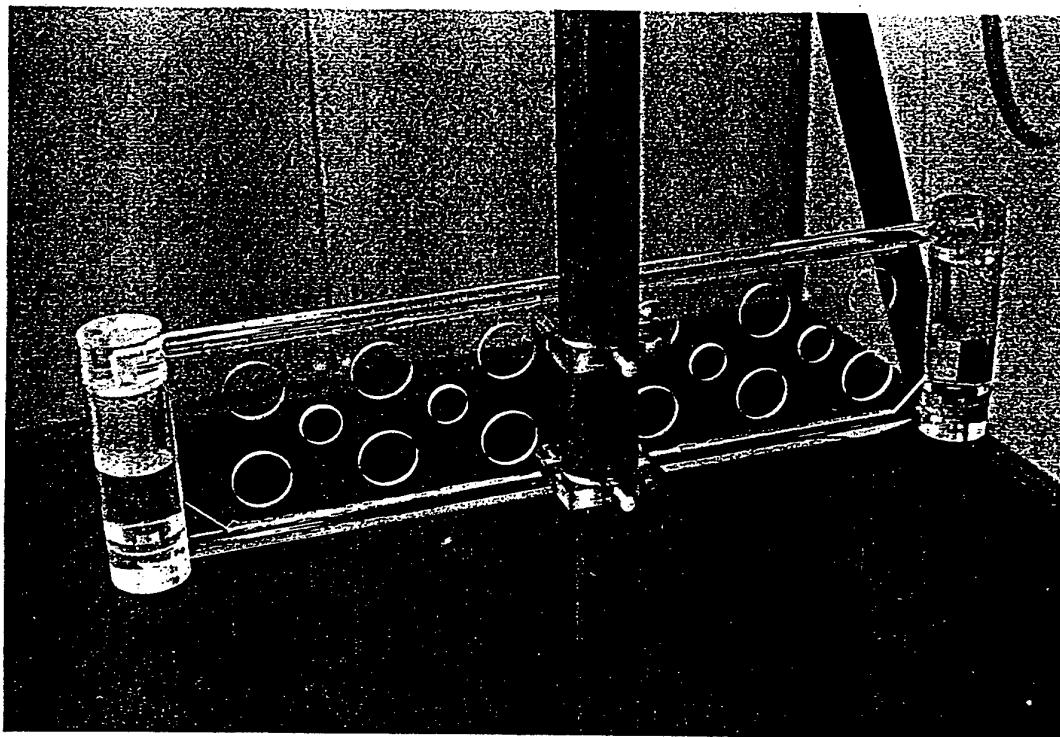


Bild 31b B. Häusler/ W. Eidel

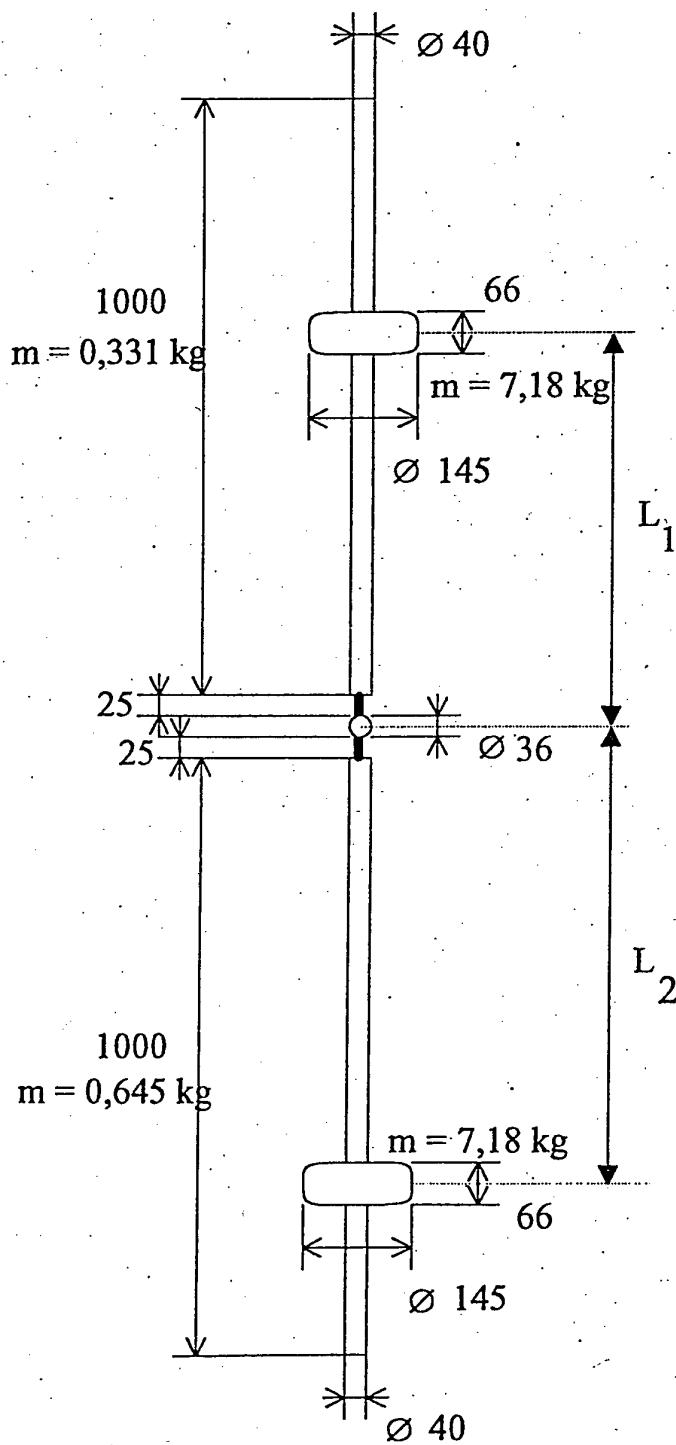
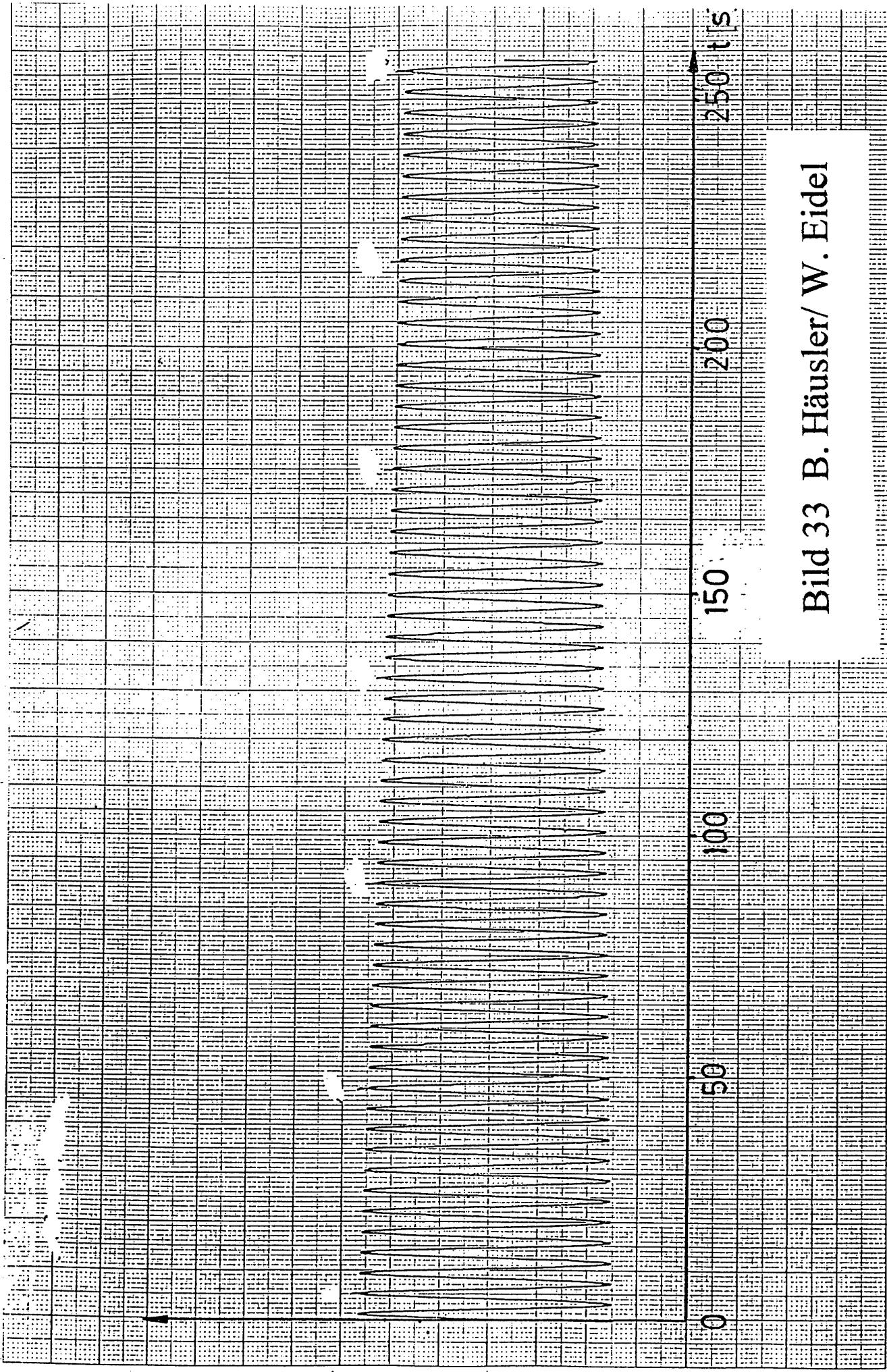


Bild 32 B. Häusler/ W. Eidel

Bild 33 B. Häusler/ W. Eidel



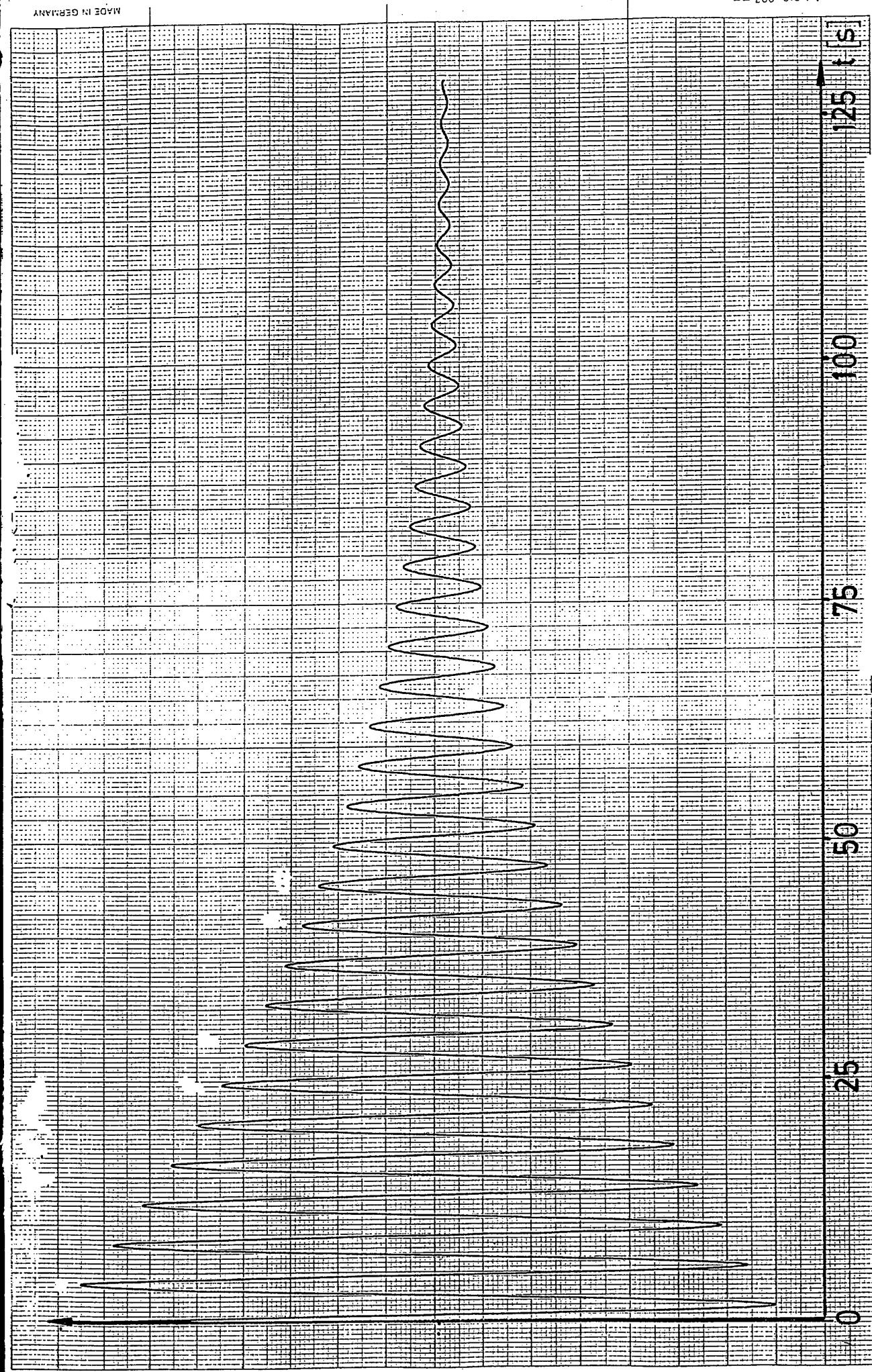


Bild 34 B. Häusler/ W. Eidel